



S. I. A. s.r.l.

SVILUPPO INIZIATIVE ATTUARIALI

Viale delle Milizie, 1 - 00192 Roma - Tel.: 06 3202922, fax 06 3210250
E-mail: info@sifa-attuari.it

6° corso FAC-SIA - 2022

*Un'introduzione all'utilizzo dei parametri
specifici d'impresa nella normativa
Solvency II*

Andrea Calabria

PhD

andrea.calabria@libero.it

Rocco Roberto Cerchiara

PhD

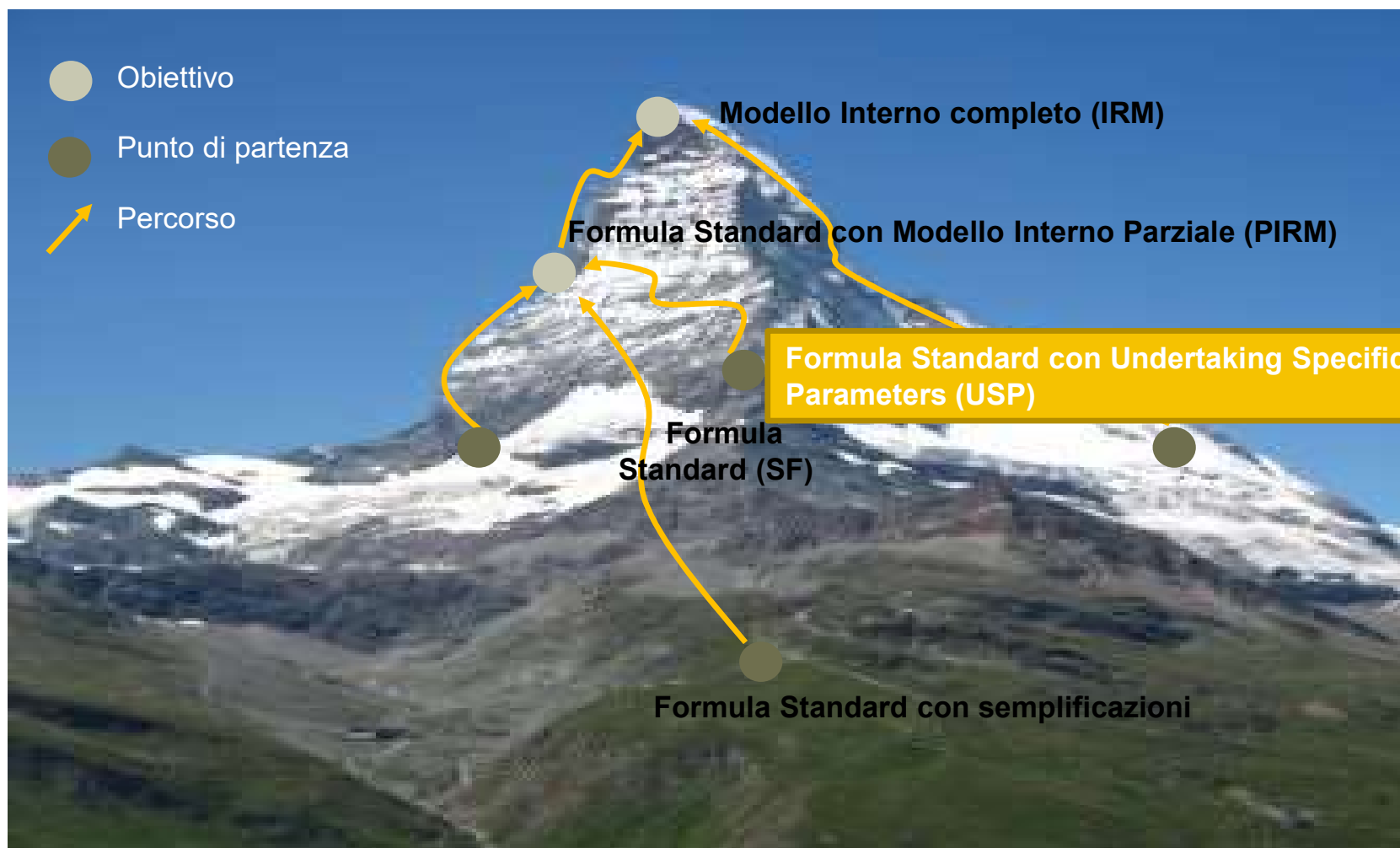
rocco.cerchiara@gmail.com

Agenda

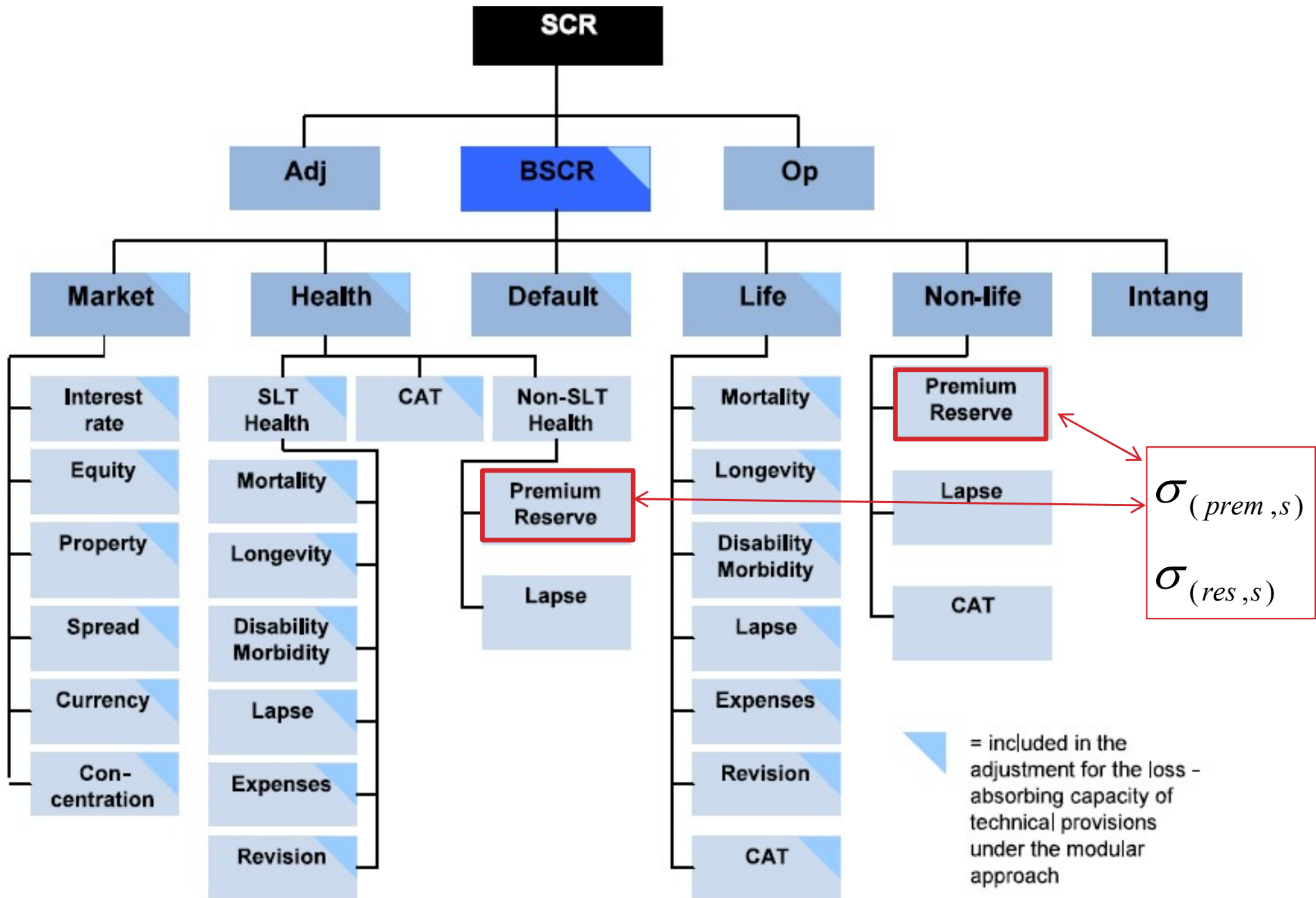
- **L'approccio USP**
- Requisiti dei dati
- Test Statistici
- Conclusioni

Il Regime Solvency II

- Solvency II prevede un insieme di approcci di complessità crescente per il calcolo del SCR, per consentire alle compagnie di scegliere il **modello** che è **più adatto** alla **natura, dimensione e complessità dei rischi** assunti.



II Regime Solvency II - Premium Risk e Reserve Risk Standard Formula



Il Regime Solvency II - Premium Risk e Reserve Risk Standard Formula

- Il SCR per il premium risk e reserve risk é il seguente:

$$SCR_{nl\,prem\,res} = 3 \sigma_{nl} V_{nl}$$

Dove

- V_{nl} é la misura di volume (somma delle misure di volume di ciascun segmento - V_s – si veda l'art. 116 degli Atti Delegati)
- σ_{nl} é la standard deviation del modulo Non-Life premium-reserve risk, combinando le σ_s di ciascun segmento in base ad una prefissata matrice di correlazione

Doppio livello di aggregazione

A)
$$\sigma_s = \frac{\sqrt{\sigma_{(prem,s)}^2 \cdot V_{(prem,s)}^2 + \underbrace{\sigma_{(prem,s)} \cdot V_{(prem,s)} \cdot \sigma_{(res,s)} \cdot V_{(res,s)}}_{\text{Ipotesi coefficiente correlazione = 0.5}} + \sigma_{(res,s)}^2 \cdot V_{(res,s)}^2}{V_{(prem,s)} + V_{(res,s)}}$$

B)
$$\sigma_{nl} = \frac{1}{V_{nl}} = \sqrt{\sum_{s,t} CorrS_{(s,t)} \cdot \sigma_s \cdot V_s \cdot \sigma_t \cdot V_t}$$

Parametri Standard – Market wide

	Non Life Segment	Lines of business, as set out in Annex K	Standard deviation for gross premium risk of the segment	Standard deviation for reserve risk of the segment	
→	1	<i>Motor vehicle liability insurance and proportional reinsurance</i>	4 and 16	10,0%	9,0%
	2	<i>Other motor insurance and proportional reinsurance</i>	5 and 17	8,0%	8,0%
	3	<i>Marine, aviation and transport insurance and proportional reinsurance</i>	6 and 18	15,0%	11,0%
→	4	<i>Fire and other damage to property insurance and proportional reinsurance</i>	7 and 19	8,0%	10,0%
→	5	<i>General liability insurance and proportional reinsurance</i>	8 and 20	14,0%	11,0%
	6	<i>Credit and suretyship insurance and proportional reinsurance</i>	9 and 21	19,0%	17,2%
	7	<i>Legal expenses insurance and proportional reinsurance</i>	10 and 22	8,3%	5,5%
	8	<i>Assistance and its proportional reinsurance</i>	11 and 23	6,4%	22,0%
	9	<i>Miscellaneous financial loss insurance and proportional reinsurance</i>	12 and 24	13,0%	20,0%
	10	<i>Non-proportional casualty reinsurance</i>	26	17,0%	20,0%
	11	<i>Non-proportional marine, aviation and transport Reinsurance</i>	27	17,0%	20,0%
	12	<i>Non-proportional property reinsurance</i>	28	17,0%	20,0%

	Health Segment	Lines of business, as set out in Annex K	Standard deviation for gross premium risk of the segment	Standard deviation for reserve risk of the segment	
	1	Medical expense insurance and proportional reinsurance	1 and 13	5,0%	5,7%
	2	Income protection insurance and proportional reinsurance	2 and 14	8,5%	14,0%
	3	Workers' compensation insurance and proportional reinsurance	3 and 15	9,6%	11,0%
	4	Non-proportional health reinsurance	25	17,0%	17,0%

Per tutti i segmenti, lo scostamento standard del **rischio di tariffazione** per l'assicurazione non vita di un determinato segmento è uguale allo scostamento standard del rischio di tariffazione **lordo** per l'assicurazione non vita del segmento di cui all'allegato II **moltiplicato per il fattore di aggiustamento della riassicurazione non proporzionale**:

- Per i segmenti **1, 4 e 5**, il **fattore di aggiustamento della riassicurazione non proporzionale** è uguale all'**80%**.
- Per tutti gli altri segmenti, il **fattore di aggiustamento della riassicurazione non proporzionale** è uguale al **100%**.

Applicazione nel modulo $NL_{PremRes}$ degli USP

"Previa approvazione da parte delle autorità di vigilanza, le imprese di assicurazione e riassicurazione possono, all'interno del progetto della formula standard, sostituire un sottoinsieme di parametri con parametri specifici per l'impresa interessata, per il calcolo dei moduli del rischio di sottoscrizione vita, non vita e malattia".

Art. 218 Atti Delegati Solvency II

(Sottoinsieme di parametri standard che può essere sostituito da parametri specifici dell'impresa)

(a) Nel sottomodulo del rischio di tariffazione e di riservazione per l'assicurazione non-life, per ciascuno dei segmenti di cui all'allegato II del presente regolamento:

- i) *La deviazione standard per il rischio di tariffazione per l'assicurazione non-life;*
- ii) *La deviazione standard per il rischio di tariffazione lordo per l'assicurazione non-life;*
- iii) *Il fattore di aggiustamento per la riassicurazione non-life, purché vi sia un riconoscibile contratto di riassicurazione dell'eccesso di perdite per il segmento considerato;*
- iv) *La deviazione standard per il rischio di riservazione per l'assicurazione non-life.*

A differenza di un Partial Internal Model, la **metodologia** di calcolo degli USP è **pre-determinata** dalla **normativa**:

- **1 Metodo Standardizzato per il Premium Risk (M1P)**
- **2 Metodi Standardizzati per il Reserve Risk (M1R e M2R)**

La stima degli USP (1 di 2)

$\sigma(\text{prem},s)$ e $\sigma(\text{res},s)$	Parametri Market Wide (standard)
$\hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma})$ e MSEP	Parametri da stimare sui dati specifici della compagnia
$\sigma(\text{prem},s,USP)$ e $\sigma(\text{res},s,USP)$	USP
T (>5)	Profondità storica

Premium Risk (M1P)

$$\sigma_{(\text{prem},s,USP)} = c \cdot \hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) \cdot \sqrt{\frac{T+1}{T-1}} + (1-c) \cdot \sigma_{(\text{prem},s)}$$

Reserve Risk (M1R e M2R)

M1R: Premium risk type method

$$\sigma_{(\text{res},s,USP)} = c \cdot \hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) \cdot \sqrt{\frac{T+1}{T-1}} + (1-c) \cdot \sigma_{(\text{res},s)}$$

M2R: Run-off triangle type method

$$\sigma_{(\text{res},s,USP)} = c \cdot \frac{\sqrt{\text{MSEP}}}{\sum_{i=0}^I (\hat{C}_{(i,J)} - C_{i,I-i})} + (1-c) \cdot \sigma_{(\text{res},s)}$$

La stima degli USP (2 di 2)

La normativa prevede una combinazione lineare di parametri standard e specifici, con pesi dati da un **fattore di credibilità «c»**, che varia in **funzione sia della profondità storica (T)** dei dati in base ai quali sono stati stimati gli USP, **sia del segmento s**:

<i>T</i>	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	≥ 15
<i>c</i>	34%	43%	51%	59%	67%	74%	81%	87%	92%	96%	100%

Coefficienti di credibilità per Motor Vehicle Liability, General Liability, Credit and Suretyship

<i>T</i>	5	6	7	8	9	≥ 10
<i>c</i>	34%	51%	67%	81%	92%	100%

Coefficienti di credibilità per i rimanenti segmenti

Maggiore è la profondità storica dei dati utilizzati, maggiore è il peso dei parametri specifici di compagnia

Metodi standardizzati

Il Metodo M1

- Il modello M1 è stato scelto da EIOPA in base allo studio del Joint Working Group Non-Life and Health NSLT Calibration (JWG) – EIOPA 11/163 in relazione alla calibrazione delle deviazioni standard **marketwide** per il premium e il reserve risk sulla base di un campione di dati del mercato europeo
- Il modello M1 appartiene alla classe dei Lognormal Models - Second Variance Parametrisation (come un'estensione del modello Poisson Composto, ma che consente di ricorrere a procedure di ottimizzazione non troppo complesse per la stima dei parametri) ed è stato ottenuto attraverso una riparametrizzazione della funzione di stima del JWG
- In pratica si cerca di stimare la varianza di una variabile aleatoria Y sulla base delle sue relazioni teoriche con una variabile esplicativa X, che agisce come misura di volume.
- La stima dei parametri di questo modello è basata sulle serie storiche delle osservazioni di X e Y
- La **deviazione standard specifica unitaria** σ è quindi il coefficiente di variazione di Y, pari a $\text{Std}(Y)/E(Y)$.
- *Si veda De Felice e Moriconi (2016) per ulteriori dettagli.*

Metodo M1 – Dati

M1P PREMIUM RISK

Dati:

- (a) i pagamenti effettuati e le migliori stime delle riserve per sinistri da liquidare nel segmento s dopo il primo anno di sviluppo dell'anno di accadimento di tali sinistri (perdite aggregate);*
- (b) i premi acquisiti nel segmento s.*

M1R RESERVE RISK

PREMIUM RISK TYPE (processo di calcolo analogo a M1P)

Dati:

- (a) la somma della migliore stima della riserva alla fine dell'esercizio finanziario per i sinistri da liquidare nel segmento s all'inizio dell'esercizio finanziario e dei pagamenti effettuati durante l'esercizio finanziario per i sinistri da liquidare nel segmento s all'inizio dell'esercizio finanziario;*
- (b) la migliore stima della riserva per i sinistri da pagare nel segmento s all'inizio dell'esercizio finanziario.*

Il Metodo M1 - Ipotesi



European Actuarial Journal
pp 1-26

<http://rdcu.be/l0hm>

Undertaking specific parameters under solvency I
reduction of capital requirement or not?

- There is a linear relation between $E[Y]$ and X in a particular accident year:

$$E[Y] = \beta X$$

(M1M)

- The variance of Y in a particular segment and accident year is quadratic in X :

$$\text{Var}(Y) = \beta^2 \sigma^2 [(1 - \delta) \bar{X}X + \delta X^2]$$

(M1V)

where $\bar{X} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t$

- Y follows a lognormal distribution $\ln(Y) \sim \text{Normal}(\mu, \omega)$ where:

$$\omega = \ln\{1 + \sigma^2 [(1 - \delta) \bar{X}X + \delta X^2]\} \quad \text{and} \quad \mu = \ln(\beta X) - \frac{\omega}{2}$$

(M1D)

- Maximum Likelihood estimation is appropriate.

(ML)

i. le perdite aggregate (Y) attese in un determinato segmento e anno di accadimento dei sinistri sono linearmente proporzionali rispetto ai premi acquisiti (X) in un determinato anno di accadimento dei sinistri (*per il reserve risk: alla migliore stima della riserva per i sinistri da liquidare in un determinato segmento e in un determinato esercizio finanziario*);

ii. la varianza delle perdite aggregate in un determinato segmento e anno di accadimento dei sinistri è quadratica rispetto ai premi acquisiti in un determinato anno di accadimento dei sinistri (*per il reserve risk: alla riserva per i sinistri da liquidare in un determinato segmento e in un determinato esercizio finanziario*);

iii. le perdite aggregate seguono una distribuzione lognormale;

iv. la stima della massima verosimiglianza è appropriata.

IL JWG ha incluso l'ipotesi che la $\text{Var}(Y)$ sia proporzionale a β^2 ("second variance parametrisation"), in modo che il coefficiente di variazione di Y sia indipendente da β .

Metodo M1 – Metodologia e Stima

$$\hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) = \exp \left(\hat{\gamma} + \frac{\frac{1}{2}T + \sum_{t=1}^T \pi_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) \cdot \ln \left(\frac{y_t}{x_t} \right)}{\sum_{t=1}^T \pi_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma})} \right)$$

Deviazione
Standard Specifica

$\pi = 1/\omega$ = reciproco della varianza della distribuzione lognormale (*precisione*)

$\bar{x} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_t$, dove T è la lunghezza della serie storica

$$\pi_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) = \frac{1}{\ln \left(1 + \left((1 - \hat{\delta}) \cdot \frac{x_t}{\bar{x}} + \hat{\delta} \right) \cdot e^{2\hat{\gamma}} \right)}$$

I parametri $\hat{\delta}$ e $\hat{\gamma}$ di $\hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma})$, detti rispettivamente ***mixing parameter*** e ***coefficiente di variazione logaritmico***, sono ricavati con il metodo della massima verosimiglianza dalla seguente funzione:

$$\sum_{t=1}^T \pi_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) \left(\ln \left(\frac{y_t}{x_t} \right) + \frac{1}{2 \cdot \pi_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma})} + \hat{\gamma} - \ln \left(\hat{\sigma}(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) \right) \right)^2 - \sum_{t=1}^T \ln \left(\pi_t(\hat{\delta}, \hat{\gamma}) \right)$$

- Il mixing parameter è compreso fra 0 e 1
- Il coefficiente di variazione logaritmico non ha limitazioni, ma in genere è negativo, essendo il logaritmo di un numero reale appartenente a [0,1]:

$$\gamma = \ln \left(\frac{\sigma}{\beta} \right)$$

I metodi standardizzati

Il Metodo M2R – Dati e Ipotesi

M2R RESERVE RISK

DATI:

$C(i,j)$ = IMPORTI DEI PAGAMENTI CUMULATI RELATIVI AI SINISTRI COPERTI DA CONTRATTI DI ASSICURAZIONE O DI RIASSICURAZIONE NEL SEGMENTO S (IMPORTI DEI SINISTRI CUMULATI) SEPARATAMENTE PER CIASCUN ANNO DI ACCADIMENTO DEL SINISTRO E CIASCUN ANNO DI SVILUPPO DEI PAGAMENTI (TRIANGOLO DI RUN-OFF).

IPOTESI alla base del metodo M2:

- I pagamenti cumulati di anni di accadimento diversi sono stocasticamente indipendenti (M2I);
- Per ogni anno di accadimento, il valore atteso dei pagamenti cumulati in un anno di sviluppo é proporzionale ai pagamenti cumulati del precedente anno di sviluppo (M2M);

$$E(C_{i,j} | C_{i,j-1}) = f_j \cdot C_{i,j-1}$$

- Per ogni anno di accadimento, la varianza dei pagamenti cumulati in un anno di sviluppo é proporzionale ai pagamenti cumulati del precedente anno di sviluppo (M2V).

$$Var(C_{i,j} | C_{i,j-1}) = s_j^2 \cdot C_{i,j-1}$$

Metodi standardizzati

Il Metodo M2R – Metodologia e stima

Il Metodo 2 è derivato dal modello di Merz-Wuthrich (MW) [2008]:

$$\text{Deviazione Standard Specifica} = \frac{\sqrt{MSEP}}{\sum_{i=0}^I (\hat{C}_{(i,J)} - C_{i,I-i})}$$

Contiene Process Variance e Estimation Error

Riserva stimata con CL

$i=0, \dots, I$ anni di accadimento

$j=0, \dots, J$ anni di sviluppo

$\hat{C}_{(i,j)}$ stima dei pagamenti cumulati fino all'anno j dei sinistri avvenuti nell'anno i :

$$\hat{C}_{(i,j)} = C_{(i,I-i)} \hat{f}_{I-i} \cdots \hat{f}_{j-2} \hat{f}_{j-1}$$

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{(i,j+1)}}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{(i,j)}}$$

e

MSEP: Mean Squared Error of Prediction (la formula non è riportata per brevità, essendo ben nota in letteratura)

I metodi standardizzati – Premium Risk

Il Fattore di Aggiustamento per la riassicurazione non proporzionale - NP

APPLICABILITÀ:

«.. PURCHÉ VI SIA UN RICONOSCIBILE CONTRATTO DI RIASSICURAZIONE DELL'ECCESSO DI PERDITE PER IL SEGMENTO CONSIDERATO..»

Un contratto di riassicurazione dell'eccesso di perdite per un segmento è ritenuto **riconoscibile** se soddisfa le seguenti condizioni:

- (a) nella misura in cui le perdite dell'impresa cedente che riguardano singole richieste di indennizzo o tutte le richieste di indennizzo nell'ambito della stessa polizza durante un periodo di tempo specificato sono superiori a una determinata soglia di mantenimento del rischio, **offre una compensazione completa di tali perdite fino a un limite specificato o senza limiti;**
- (b) copre **tutte le richieste di indennizzo** in cui l'impresa di assicurazione o di riassicurazione può incorrere nel segmento oppure in gruppi di rischi omogenei compresi nel segmento durante i 12 mesi successivi;
- (c) consente **un sufficiente numero di reintegri**, al fine di garantire la copertura di tutte le richieste di indennizzo relative a eventi multipli sostenute nei 12 mesi successivi;
- (d) soddisfa i requisiti di cui agli articoli 209, 210, 211 e 213 (*tecniche di attenuazione del rischio*).

Quando le imprese di assicurazione o di riassicurazione hanno concluso numerosi contratti di riassicurazione dell'eccesso di perdite che singolarmente soddisfano i requisiti su indicati nella lettera d), e collettivamente soddisfano i requisiti di cui alle lettere a), b) e c), la combinazione di tali contratti è considerata un unico contratto di assicurazione dell'eccesso di perdite **riconoscibile**.

I metodi standardizzati – Premium Risk

Il Fattore di Aggiustamento per la riassicurazione non proporzionale - NP

DATI:

GLI IMPORTI FINALI DEI SINISTRI RELATIVI AI SINISTRI COPERTI DA CONTRATTI DI ASSICURAZIONE E DI RIASSICURAZIONE CHE SONO STATI NOTIFICATI ALL'IMPRESA DI ASSICURAZIONE O DI RIASSICURAZIONE NEL SEGMENTO S NEGLI ULTIMI ESERCIZI FINANZIARI, SEPARATAMENTE PER CIASCUN SINISTRO COPERTO DA CONTRATTO DI ASSICURAZIONE O DI RIASSICURAZIONE.

Principali Ipotesi:

- (a) i dati sono **rappresentativi** del rischio di tariffazione cui l'impresa di assicurazione o di riassicurazione è esposta nei 12 mesi successivi;
- (b) i dati non indicano un **rischio di tariffazione superiore a quello riflesso nello scostamento standard** per il rischio di tariffazione utilizzato nel calcolo del requisito patrimoniale di solvibilità;
- (c) sono disponibili dati per almeno **5 anni di dnotifica**;
- (d) se il contratto di riassicurazione dell'eccesso di perdite riconoscibile si applica ai sinistri lordi, gli **importi finali dei sinistri sono lordi**;
- (e) se il contratto di riassicurazione dell'eccesso di perdite riconoscibile si applica ai sinistri previa deduzione degli importi recuperabili da altri determinati contratti di riassicurazione e società veicolo, gli **importi recuperabili da tali altri determinati contratti di riassicurazione e società veicolo sono dedotti dagli importi finali dei sinistri**;
- (f) i dati sono in linea con l'ipotesi secondo cui gli **importi finali dei sinistri seguono una distribuzione lognormale, anche nella coda della distribuzione.**

Necessario escludere gli effetti di altri tipi di riassicurazioni non proporzionali non più vigenti, che erano però esistenti all'epoca a cui i dati si riferiscono (Regolamento IVASS 11/2015).

I metodi standardizzati – Premium Risk

Il Fattore di Aggiustamento per la riassicurazione non proporzionale - NP

Segmento	$\sigma(\text{prem},s)$ Net of Reinsurance
RCA → Motor Vehicle Liability (MVL)	10% NP

- **NP** = fattore di aggiustamento (mitigazione) per riassicurazione non proporzionale per risk XoL, pari all'80% per i segmenti MVL, General Liability e Property e al 100% per i restanti
- Possibilità di stimare il fattore specifico (NP_{USP}) secondo la seguente formula (non prende in considerazione l'effetto dei trattati stop loss):

$$NP_{USP} = c \cdot NP' + (1 - c) \cdot NP$$

- NP' = Rapporto tra la volatilità ante e post mitigazione

$$NP' = \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{\omega_1 - \omega_2 + \omega + 2 \cdot (b_2 - b_1) \cdot (\mu_2 - \mu)}{\omega}} \\ \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega}} \end{array} \right.$$

Con portata
Senza portata

μ = media semplice dei costi ultimi osservati al lordo della riassicurazione

ω = media quadratica dei costi ultimi osservati al lordo della riassicurazione

b_1 = soglia di mantenimento (retention) della riassicurazione per risk XoL

b_2 = limite di compensazione della riassicurazione (se prevista portata)

μ_2, ω_1 (e ω_2) = stime, rispettivamente, della media semplice e della media quadratica al netto della riassicurazione (ω_2 da non considerare in caso assenza di portata)

- Possibilità di definire un fattore NP' come media ponderata dei fattori di aggiustamento definiti per gruppi di rischi omogenei all'interno di un segmento

Agenda

- L'approccio USP
- **Requisiti dei dati**
- Test Statistici
- Conclusioni

DATI PREVISTI DALLA NORMATIVA DI RIFERIMENTO

Dati interni e/o esterni

✓	Riserve sinistri local e S2 (dal 2017)
✓	Inclusione spese (a differenza del QIS5)
✓	Al netto o al lordo della riassicurazione (in funzione del parametro che si vuole stimare)
✓	Aggiustamento per sinistri catastrofali e riassicurazione prospettica
✓	Costo Ultimo ad un anno e Claim Development Result
✓	Misure di volume

Metodi standardizzati

✓	M1P
✓	M1R
✓	M2R

USP

L'impresa assicura il rispetto degli standard di qualità dei dati di cui all'articolo 219 degli Atti delegati in relazione a ciascun USP, indipendentemente dalla significatività del segmento per il quale esso si utilizza o dalla natura, portata e complessità dei rischi a cui si riferisce detto parametro.

FOCUS SU DATA QUALITY

REQUISITI SUI DATI PREVISTI DALLA NORMATIVA DI RIFERIMENTO

ARTICOLO 219 DEL REGOLAMENTO DELEGATO

DATI INTERNI

I dati utilizzati per il calcolo dei parametri specifici dell'impresa sono considerati **completi, accurati e appropriati** solo se soddisfano i seguenti criteri:

- a) i dati utilizzati per il calcolo dei parametri rispettano gli **stessi requisiti di qualità definiti per la valutazione delle riserve tecniche**;
- b) i dati possono essere incorporati nei metodi standardizzati e **ne rispettano i requisiti specifici (test preliminari di aderenza alle ipotesi)**;
- c) i dati soddisfano qualsiasi requisito aggiuntivo relativo ai dati necessario per l'uso di ciascun metodo standardizzato;
- d) i dati e la loro produzione sono accuratamente documentati, compresi:
 - **la raccolta dei dati e l'analisi della loro qualità**, le caratteristiche e l'uso, nonché il processo di raccolta, elaborazione e applicazione dei dati;
 - **la scelta delle ipotesi utilizzate nella produzione e nell'aggiustamento dei dati**, compresi gli aggiustamenti riguardanti le richieste di indennizzo relative a **riassicurazioni e catastrofi e l'attribuzione delle spese**, qualora la documentazione richiesta includa un indice di tutte le ipotesi rilevanti su cui è basato il **calcolo delle riserve tecniche** e una giustificazione della scelta delle ipotesi;
 - la selezione e l'applicazione di metodi attuariali e statistici **per la produzione e l'aggiustamento dei dati**;
 - la **convalida** dei dati.

REQUISITI SUI DATI PREVISTI DALLA NORMATIVA DI RIFERIMENTO

ARTICOLO 219 DEL REGOLAMENTO DELEGATO

DATI INTERNI – APPROPRIATI, COMPLETI E ACCURATI

Requisito	Definizione
Appropriati	<ul style="list-style-type: none">• Idonei allo scopo per il quale devono essere utilizzati• Rilevanti-collegati ai rischi sottoscritti (si veda la sezione dei test preliminari sui dati)
Completi	<ul style="list-style-type: none">• Profondità storica adeguata dei triangoli di run-off o comunque della serie storica utilizzata in relazione alla natura e alla coda del business sottoscritto (rami long-tail ad es.)• Adeguato livello di segmentazione al fine di garantire una corretta interpretazione dei trend dei rischi sottostanti• Tutti i dati rilevanti devono essere inclusi nella raccolta dati• Le eventuali lacune devono essere non materiali
Accurati	<ul style="list-style-type: none">• Non contengono errori materiali od omissioni (problemi derivanti da issues IT, di processo o di outsourcing)• Trattamento e registrazione costante nel tempo dei diversi stati dei sinistri (senza seguito, riaperti, eventi catastrofici)• Necessari test di convalida e di coerenza nel tempo

Necessaria quindi una policy di Data Quality e di sistemi IT che consentano tra l'altro di:

- Garantire la tracciabilità dei dati
- Identificare eventuali issues nei processi di raccolta dati e relativi piani di rimedio
- Monitoraggio continuo della Data Quality (KPI)

REQUISITI SUI DATI PREVISTI DALLA NORMATIVA DI RIFERIMENTO

ARTICOLO 219 DEL REGOLAMENTO DELEGATO

DATI ESTERNI

In caso di utilizzo di dati **esterni**, questi sono conformi ai seguenti criteri aggiuntivi:

- a) la procedura di raccolta dei dati è trasparente, verificabile tramite *audit* e nota all'impresa di assicurazione o di riassicurazione che utilizza tali dati come base per calcolare i parametri specifici dell'impresa;
- b) quando i dati derivano da fonti differenti, le ipotesi fatte in sede di raccolta, trattamento e applicazione dei dati stessi ne garantiscono la comparabilità;
- c) i dati derivano da imprese di assicurazione e di riassicurazione il cui profilo operativo e di rischio è analogo a quello dell'impresa di assicurazione o di riassicurazione il cui parametro specifico è calcolato sulla base di tali dati;
- d) le imprese che utilizzano i dati esterni sono in grado di verificare l'esistenza di sufficienti prove statistiche dell'esistenza di un elevato livello di somiglianza tra le distribuzioni di probabilità sottostanti ai loro dati e le distribuzioni di probabilità sottostanti ai dati esterni, con particolare riguardo al livello di volatilità di cui tengono conto;
- e) i dati esterni comprendono soltanto dati provenienti da imprese con un profilo di rischio analogo e tale profilo di rischio è analogo a quello dell'impresa che utilizza i dati; in particolare, i dati esterni comprendono dati derivanti da imprese la cui natura operativa e il cui profilo di rischio relativamente ai dati esterni sono analoghi e per i quali sussistono sufficienti prove statistiche dell'esistenza di un elevato livello di omogeneità delle distribuzioni di probabilità sottostanti ai dati esterni.

REQUISITI SUI DATI PREVISTI DALLA NORMATIVA DI RIFERIMENTO

ADOZIONE DEL GIUDIZIO ESPERTO

Giudizio Esperto	Definizione
Ammesso	L'impresa può adottare ipotesi definite sulla base del giudizio esperto solo per aggiustamenti a dati esistenti volti a migliorare l'aderenza dei dati ai criteri di cui all'articolo 219 degli Atti Delegati.
Non Amesso	Nella determinazione degli USP l'impresa non può adottare ipotesi definite sulla base del giudizio esperto per <ul style="list-style-type: none">• sostituire dati mancanti• allungare le serie storiche• aumentare il livello di granularità dei dati.

Requisiti: il giudizio esperto può essere fornito esclusivamente da esperti con un adeguato livello di esperienza, conoscenza e comprensione della materia

Documentazione:

- L'utilizzo del giudizio esperto deve essere giustificato, documentato e validato, con conseguente evidenza dei ruoli e responsabilità
- Indicazione di criteri decisionali utilizzati e ogni limitazione materiale

Test e sensitivity analysis: devono essere effettuate anche analisi di sensitività sui parametri utilizzati a seguito di giudizio esperto

Esempio (cfr. Regolamento IVASS 11/2015 – art. 7):
nella determinazione degli USP l'impresa aggiusta i dati storici per eliminare gli effetti di rischi che non sono rilevanti nei dodici mesi successivi alla data di riferimento

REQUISITI SUI DATI PREVISTI DALLA NORMATIVA DI RIFERIMENTO

AGGIUSTAMENTO DEI DATI

Rischio	Definizione
Premium	<ul style="list-style-type: none">• Sinistri Catastrofali: Necessario eliminare i costi sinistri relativi ai sinistri catastrofici secondo un processo coerente con la classificazione adottata nel sottomodulo CAT Risk.• Riassicurazione:<ul style="list-style-type: none">• I dati considerati nel metodo M1 sono a) al lordo oppure b) al netto della riassicurazione non proporzionale a seconda che si ricorra o meno all'utilizzo del fattore di aggiustamento <i>NP</i>• Gli aggiustamenti per tenere conto dell'effetto della riassicurazione devono basarsi sugli accordi in vigore nei 12 mesi successivi alla data di valutazione (determinazione del ceduto «AS IF»): questa valutazione è onerosa, richiedendo in alcuni casi l'applicazione di giudizio esperto sui dati e comunque è auspicabile l'utilizzo di un tool dedicato in tal senso.
Reserve	Per questo rischio non è previsto il coefficiente di aggiustamento per la riassicurazione. I dati saranno definiti al netto della riassicurazione.

L'impresa garantisce che le modifiche della ritenzione assicurativa negli accordi di riassicurazione non proporzionale siano adeguatamente considerate, nei casi in cui esse abbiano un impatto sulla volatilità del rischio di riservazione.

Nel documento del CEA "Guidance to Insurance undertakings providing net financial CEIOPS data....pdf" – ref. ECO-SLV-10-688 – viene evidenziata l'importanza di verificare a priori la stabilità delle strategie riassicurative o l'assenza di variazioni significative nei livelli di ritenzione nel periodo di osservazione considerato. In caso di instabilità, l'undertaking dovrebbe ricostruire i dati relativi al periodo di osservazione considerato, come se esclusivamente l'attuale e la futura strategia di riassicurazione fossero in atto, in particolare tale approccio è fondamentale nel caso della riassicurazione non proporzionale grazie al significativo effetto che essa ha sulla standard deviation, ma al tempo stesso, come detto, questo aggiustamento rappresenta l'esercizio più difficile da effettuare.

Gli aggiustamenti devono essere giustificati, validati e documentati.

PROCESSO DI **VALIDAZIONE** DELLA DATA QUALITY

La **funzione attuariale** e la **società di revisione** sono chiamati a svolgere analisi della qualità dei dati:

- La funzione attuariale, che si esprime tra l'altro sulla qualità dei dati e delle metodologie utilizzate nel calcolo delle technical provisions, è coinvolta nella validazione dei dati e dei relativi aggiustamenti in relazione agli USP.
- In genere la società di revisione procede all'analisi di campioni di dati, conducendo test formali e sistematici.

Necessità di validazione sull'intero framework di valutazione degli USP

PROCESSO **CONTINUATIVO** DI VIGILANZA SUGLI USP DA PARTE DEL SUPERVISOR

- **L'appropriatezza dei modelli interni e delle metodologie dei parametri USP/GSP è oggetto di un processo continuativo di vigilanza.**
- Ogni anno vengono valutate le modifiche ai modelli interni proposte dalle imprese o richieste dall'Istituto, le calibrazioni e la validazione di alcuni risk driver, **e verificato il permanere delle condizioni sottostanti le autorizzazioni all'utilizzo degli USP/GSP.**
- La stabilità delle imprese e dei gruppi viene anche monitorata attraverso verifiche **sull'adeguatezza della formula standard** a rappresentare il profilo di rischio delle imprese, l'esame degli investimenti e dei fondi propri.
- Gli approfondimenti sulla gestione tecnica, finanziaria ed economica, nonché sulle tecniche di mitigazione del rischio, contribuiscono alle valutazioni sulla solidità patrimoniale.

Agenda

- L'approccio USP
- Requisiti dei dati
- **Test Statistici**
- Conclusioni

ANALISI PRELIMINARI SUI DATI – METODO 1

Premium Risk – M1P

Si applicano i seguenti requisiti per i dati specifici:

- a) i **dati sono rappresentativi del rischio di tariffazione** cui l'impresa di assicurazione o di riassicurazione è esposta **nei 12 mesi successivi**;
- b) sono disponibili dati per **almeno 5 anni di accadimento** dei sinistri consecutivi;
- c) riflettere i **programmi di riassicurazione attuali** e quello **previsto per l'anno seguente** (aggiustamento AS IF);
- d) le perdite aggregate **sono aggiustate in base ai sinistri catastrofali nella misura in cui il rischio di tali sinistri è riflesso nei sottomoduli del rischio di catastrofe dell'assicurazione non vita o malattia**;
- e) le perdite aggregate **comprendono le spese incorse** in relazione alle obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione.

Reserve Risk – M1R

Si applicano i seguenti requisiti per i dati specifici:

- a) i **dati sono rappresentativi del rischio di riservazione** cui l'impresa di assicurazione o di riassicurazione è esposta **nei 12 mesi successivi**;
- b) sono disponibili dati per **almeno 5 esercizi finanziari consecutivi**;
- c) i **dati sono valutati al netto degli importi recuperabili da contratti di riassicurazione** e da società veicolo **conformi** ai contratti di riassicurazione e alle società veicolo esistenti per fornire copertura **nei 12 mesi successivi**. Si adotta in genere un approccio «As Is» alla riassicurazione.
- d) i dati **comprendono le spese incorse** in relazione alle obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione;
- e) l'impresa garantisce che le modifiche della ritenzione assicurativa negli accordi di riassicurazione non proporzionale siano adeguatamente considerate, nei casi in cui esse abbiano un impatto sulla volatilità del rischio di riservazione (regolamento Ivass 11/2015).

METODO 1

TEST DI APPROPRIATEZZA DEI DATI IN RELAZIONE ALLE IPOTESI

Ipotesi da testare:

- **M1M: PREMIUM RISK** - Le perdite aggregate attese in un determinato segmento e anno di accadimento dei sinistri sono linearmente proporzionali rispetto ai premi acquisiti in un determinato anno di accadimento dei sinistri (*per il reserve risk, la BE della riserva per i sinistri da liquidare a fine esercizio più i pagamenti effettuati (da riserva di provenienza es. precedenti) è proporzionale alla BE della riserva per i sinistri da liquidare in uno specifico segmento e all'inizio di un determinato esercizio finanziario*);
- **M1V : PREMIUM RISK** La varianza delle perdite aggregate in un determinato segmento e anno di accadimento dei sinistri è quadratica rispetto ai premi acquisiti in un determinato anno di accadimento dei sinistri (*per il reserve risk, la varianza della BE della riserva per i sinistri da liquidare a fine esercizio più i pagamenti effettuati (da riserva di provenienza es. precedenti) è proporzionale alla BE della riserva per i sinistri da liquidare in un determinato segmento e all'inizio di un determinato esercizio finanziario*);
- **M1D : PREMIUM RISK** le perdite aggregate seguono una distribuzione lognormale (*per il reserve risk, la somma della migliore stima della riserva alla fine dell'esercizio finanziario per i sinistri da liquidare nel segmento s all'inizio dell'esercizio finanziario e dei pagamenti effettuati durante l'esercizio finanziario per i sinistri da liquidare nel segmento s all'inizio dell'esercizio finanziario segue una distribuzione lognormale*)
- **ML : PREMIUM RISK** la stima della massima verosimiglianza è appropriata.

- Ulteriori analisi possono fare riferimento a quanto previsto nel documento EIOPA *The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital Requirement calculation*, che prevede, tra l'altro, che:
 - I premi netti (riserve nette) siano una proxy adeguata dell'esposizione al rischio
 - Il valore atteso del combined ratio (run-off ratio) non cambi sostanzialmente nel corso del tempo e, in particolare, non presenti un trend di lungo periodo

ANALISI PRELIMINARI SUI DATI – METODO 1

FOCUS SU IPOTESI M1M

Modello di regressione $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$

- Y_t : costo dei sinistri a fine esercizio
- X_t : premi di competenza
- β_0 : intercetta della regressione
- β_1 : coefficiente angolare della regressione
- ε_t : termine di errore della regressione

Da De Felice e Moriconi (2015), cfr.: *Per la verifica dell'ipotesi M1M si tratterà di analizzare la significatività complessiva del modello, controllando il valore della statistica t (relativa all'ipotesi che tutti i parametri, tranne l'intercetta, siano nulli) e il relativo p-value, e considerare il livello della varianza spiegata dalla regressione calcolando il valore del coefficiente R^2 (coefficiente di determinazione).*

Con riferimento alla stima dei singoli parametri, si tratta inoltre di verificare che:

- il termine β_1 sia significativamente diverso da zero e,
- nel caso con intercetta, anche che il termine β_0 non sia significativamente diverso da zero.

Come d'uso, si assume il fatto che il parametro sia uguale a zero come ipotesi nulla, e si adottano i classici test delle ipotesi disponibili in questi casi. L'approccio standard per la significatività dei parametri è quello di un test a due code basato sulla statistica t di Student, relativamente a un fissato livello di significatività α . Per l'eventuale rifiuto dell'ipotesi nulla si considererà il p-value, associato alla statistica test (in questo caso, la probabilità che la variabile aleatoria t sia, in valore assoluto, maggiore del valore osservato).

ANALISI PRELIMINARI SUI DATI – METODO 1

FOCUS SU IPOTESI M1M

Modello di regressione lineare semplice

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$$

- E' importante che il coefficiente β_1 sia statisticamente significativo; in caso contrario l'impresa non potrebbe applicare il modello per stimare il parametro specifico (per il reserve risk la relazione dovrebbe avere un coefficiente β_1 pari a 1 dato che X è la miglior stima...).
- Un parametro β_0 non significativamente diverso da zero comporterebbe solamente l'esclusione dell'intercetta dal modello (teoricamente non dovrebbe prevedere il termine d'intercetta in quanto con una misura di volume nulla il rischio non esiste).

ANALISI PRELIMINARI SUI DATI – METODO 1

FOCUS SU IPOTESI M1M E M1V

- Dopo aver stimato i parametri è necessario verificare che siano valide le assunzioni relative agli errori alla base del modello di regressione lineare tramite opportuni metodi grafici o test statistici.
- Quando si analizzano delle serie storiche, come nella verifica delle assunzioni su media e varianza, si riscontra frequentemente la presenza di correlazione seriale (o autocorrelazione) ed eteroschedasticità:
 - La prima è tipicamente presente quando si analizza la serie storica di osservazioni della compagnia,
 - mentre l'assenza di eteroschedasticità (residui indipendenti dalle variabili esplicative) può caratterizzare i dati di mercato.
- La presenza di questi due fenomeni non supporta le ipotesi alla base del modello di regressione standard; le valutazioni di significatività delle stime dei parametri sono quindi distorte e sarà necessario che l'impresa corregga opportunamente la valutazione degli errori di stima.
- La correlazione seriale e l'eteroschedasticità non sono solitamente di facile riconoscimento attraverso i risultati di stima, ma entrambi i fenomeni non causano la distorsione dei coefficienti stimati: si ha un incremento nella variabilità delle stime che tuttavia continuano a essere corrette. In alternativa è possibile correggere gli *standard error* per ottenere una maggiore accuratezza: la letteratura suggerisce di utilizzare delle stime consistenti in presenza di eteroschedasticità e autocorrelazione, ad es. **HAC (Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent)**. Tali rimedi tuttavia sono efficaci in grandi campioni.

ANALISI PRELIMINARI SUI DATI

METODO 1 PACKAGE IN R

- Per approfondimenti si rimanda a:
 - Andrews D.W.K., Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation, *Econometrica* 59, 817-858, 1991.
 - De Felice e Moriconi (2016)
 - Newey, W.K, West, K., A Simple, Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix, *Econometrica* 55, 703-708, 1987.
- Per un'applicazione della verifica delle ipotesi per il metodo 1 con il Software R, è utile citare Zeileis (2004) - <https://www.jstatsoft.org/article/view/v011i10> - cfr.: *heteroskedasticity consistent (HC) and heteroscedasticity and autocorrelation consistent (HAC) estimators have been receiving attention in the econometric literature over the last 20 years. To apply these estimators in practice, an implementation is needed that preferably translates the conceptual properties of the underlying theoretical frameworks into computational tools. In this paper, such an implementation in the package sandwich in the R system for statistical computing is described and it is shown how the suggested functions provide reusable components that build on readily existing functionality and how they can be integrated easily into new inferential procedures or applications. The toolbox contained in sandwich is extremely flexible and comprehensive, including specific functions for the most important HC and HAC estimators from the econometric literature. Several real-world data sets are used to illustrate how the functionality can be integrated into applications.*

M1M

FLOWCHART TEST MODELLO CON INTERCETTA ESEMPIO

Test sulla presenza di eteroschedasticità – H0: omoschedasticità (OLS produce standard error inappropriati)

Ad es. esito negativo se entrambi i test con p-value <5%

Ad es. p-value <5% => esito negativo

Test sulla presenza di autocorrelazione – H0: assenza di autocorr.

Ad es. esito negativo se p-value < 5%

Eteroschedasticità		Normalità Residui	Autocorrelazione		
Breusch Pagan p.value	Goldfeld-Quandt p.value	Residuals : Shapiro Wilk p.value	Run test p.value	Ljung-Box p.value	Durbin-Watson p.value
0,645678319	0,864941783	0,068417028	0,888274534	0,909081553	0,309894271
0,75179564	0,914933347	0,089678347	0,687971316	0,755458272	0,32252754

Corretta Spec. Modello	Standard Error					
Reset p,value	Pvalue_intercept_HC3	Pvalue_slope_HC3	Pvalue_intercept_HC4	Pvalue_slope_HC4	Pvalue_intercept_HAC_NW	Pvalue_slope_HAC_NW
0,060002539	0,856432333	2,52699E-12	0,88024754	1,07711E-09	0,679731477	4,6122E-07
0,100478838	0,901179053	0,253124532	0,961804119	0,658624565	0,241042775	1,38491E-05

Test sull'ipotesi di linearità del modello di regressione – H0: linearità (H1: modelli alternativi)
Ad es. esito negativo se entrambi i test con p-value <5%

Correzione standard error – se appurate eterosched./autocorrelazione si può considerare il p-value derivante da HAC_NW - nell'esempio si vede che:

- per l'intercetta il p-value è maggiore del 5% (quindi intercetta non significativa)
- per la slope il p-value è minore del 5% (quindi slope significativa)
- dall'analisi congiunta dei due punti precedenti si evince che si può accettare ipotesi di linearità

ANALISI PRELIMINARI SUI DATI – METODO 1

FOCUS SU IPOTESI M1V

- Come osservato in De Felice e Moriconi (2016), l'introduzione di \bar{X} nell'espressione della varianza é stata effettuata per rendere il coefficiente $\beta^2 \sigma^2 (1-\delta)$ indipendente dalla scala monetaria. Nella trasposizione del modello del JWG da una logica di mercato (media estesa anche al numero di imprese nel campione) a una logica di compagnia, la quantità \bar{X} é stata ridefinita, negli Atti Delegati, come media individuale. Questa scelta può aumentare ulteriormente l'instabilità del modello per serie storiche con poche osservazioni; ha inoltre conseguenze esplicite nei test sulla verifica dell'ipotesi M1V.
- In De Felice e Moriconi (2016) sono descritti alcuni approcci **market-wide** per la verifica di questa ipotesi, in mancanza di dati specifici dell'impresa (osservazioni ripetute ed indipendenti di $\text{Var}(Y)$). Indipendentemente dallo stimatore utilizzato, possono essere utilizzate le tecniche utilizzate per l'ipotesi M1M.

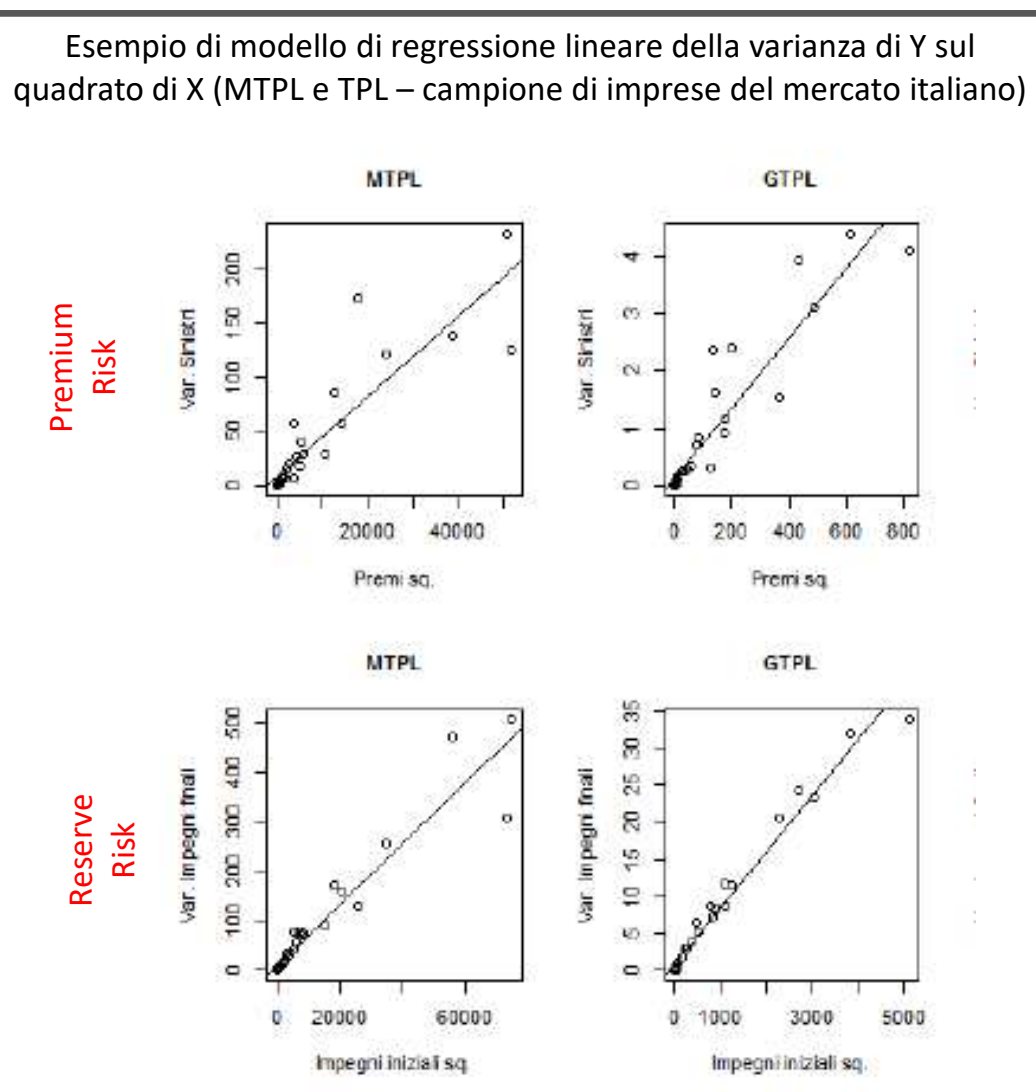
$$\widehat{\text{Var}}_i(Y) = \beta_0 + \beta_1 \bar{X}_i + \beta_2 \bar{X}_i^2 + \varepsilon_i,$$

$$\widehat{\text{Var}}_i(Y) \approx \beta_2 \bar{X}_i^2 + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

- The variance of Y in a particular segment and accident year is quadratic

$$\text{Var}(Y) = \beta^2 \sigma^2 [(1 - \delta) \bar{X} X + \delta X^2]$$

$$\text{where } \bar{X} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t$$



M1V

TEST «PURE REGRESSION BASED », «BLOCK BOOTSTRAP BASED»

- Il Test «**TsBoot X^2** » si basa su un modello di regressione che stima la varianza campionaria in funzione del quadrato della media \bar{X} in ogni ricampionamento. I dati del campione sono simulati attraverso una tecnica di «time series bootstrap» su dati di compagnia (campioni simulati=100; lunghezza dei blocchi =2). Gli standard errors sono calcolati nella modalità HC0 per considerare la correzione per l'eventuale presenza di eteroschedasticità;
- Il Test «**TsBoot $X + X^2$** » si basa su un modello di regressione che stima la varianza campionaria in funzione di \bar{X} (componente lineare) e \bar{X}^2 . I dati del campione sono simulati attraverso una tecnica di «time series bootstrap» su dati di compagnia (campioni simulati=100; lunghezza dei blocchi =2). Gli standard errors sono calcolati nella modalità HC0;
- Il Test « **$Y^2 = b_0 + b_1 X + b_2 X^2 + e$** » si basa su un modello di regressione che stima $E(Y^2)$ in funzione di X e X^2 . Il modello utilizza i dati originali di compagnia. I test effettuati sono identici a quelli dell'ipotesi M1M;
- Il Test « **$\text{var}(y) = b_0 + b_1 X^2 + e$** » si basa su un modello di regressione che stima la $\text{var}(Y)$ in base alla formula $\beta^2 e^{2\gamma} ((1 - \delta) X \bar{X} + \delta X^2)$. Il modello utilizza i dati originali di compagnia. I test sono effettuati in relazione ad un modello di regressione lineare (con intercetta) tra la $\text{var}(Y)$ e X^2 .

TEST SULL'IPOTESI DI DISTRIBUZIONE LOGNORMALE DELLA Y

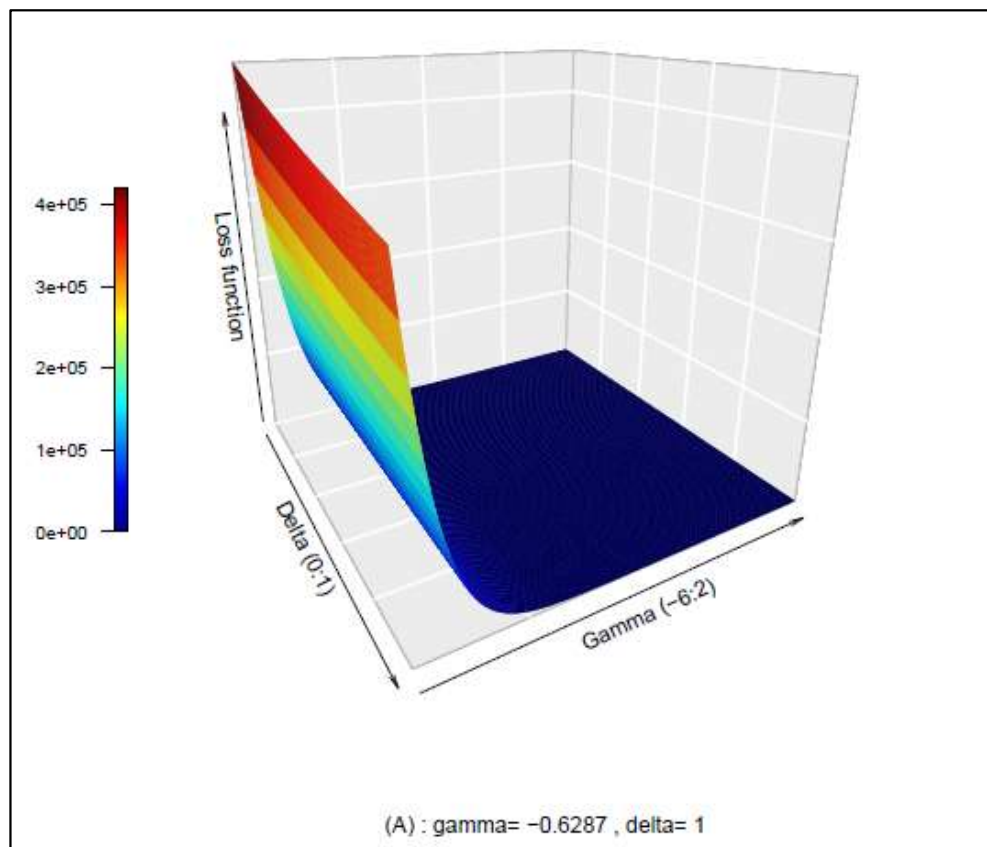
Per analizzare la distribuzione normale del logaritmo di Y possono essere condotti tre test:

- Il test di **Anderson-Darling** di tipo EDF (basato sulla funzione di distribuzione empirica), nella versione che utilizza valori critici della statistica più bassi rispetto al test non parametrico standard. La correzione è necessaria perché l'ipotesi nulla è testata su parametri stimati direttamente dai dati. La relativa approssimazione del pvalue può essere però utilizzata in presenza di campioni con almeno 8 osservazioni. Di conseguenza, per serie storiche con lunghezza inferiore a 8 anni, il test non è utilizzabile. L'ipotesi nulla di normalità non è rifiutata in funzione del livello di significatività selezionato dall'utente (ad es. 1%, 5%, 10%).
- Il test di **Shapiro-Wilk**, che ha un elevato potere nei piccoli campioni e appartiene alla classe dei test basati sul rapporto tra la stima di due parametri di scala. La statistica è compresa tra 0 e 1. Valori piccoli del test inducono a rifiutare l'ipotesi nulla di normalità. Anche in questo caso è stata utilizzata la relativa approssimazione del pvalue. L'ipotesi nulla di normalità non è rifiutata in funzione del livello di significatività selezionato dall'utente (ad es. 1%, 5%, 10%).
- Il test di **Shapiro-Francia** è simile al test di Shapiro-Wilk e va utilizzato per grandi campioni ($n \Rightarrow 50$). La statistica è compresa tra 0 e 1. Valori piccoli dei test inducono a rifiutare l'ipotesi nulla di normalità. Il pvalue è calcolato in base alla formula proposta da Royston, P (1993). L'ipotesi nulla di normalità non è rifiutata in funzione del livello di significatività selezionato dall'utente (ad es. 1%, 5%, 10%).
- E' possibile anche analizzare un grafico del tipo QQPlot, da utilizzare come ausilio nell'analisi della distribuzione (si veda il paper metodologico EIOPA «Calibration of the Premium and Reserve Risk Factors in the Standard Formula of Solvency II»).

M1L

TEST SULL'APPROPRIATEZZA DEL METODO DI MASSIMA VEROSIMIGLIANZA

- Test sull'appropriatezza del metodo della massima verosimiglianza (ML): occorre verificare (**analisi grafiche**) l'esistenza di un minimo globale della funzione da minimizzare nell'intervallo di ottimizzazione (dipende dai valori di $\hat{\delta}$ e $\hat{\gamma}$).



- *Loss function-superficie di perdita: Affinché il metodo della massima verosimiglianza sia considerato appropriato, il grafico della loss function deve evidenziare una superficie di perdita la cui forma è regolare e il cui minimo esiste ed è individuabile dalla procedura di minimizzazione numerica.*

- **Analisi numeriche**: può essere prevista anche una griglia numerica per individuare la presenza di punti di minimo locale, attraverso un algoritmo che consente di verificare se esistono più minimi nella funzione
- Ulteriori condizioni sull'appropriatezza della MLE, «**Regularity Conditions**», possono essere trovate, ad esempio, in ECONOMETRIC ANALYSIS, Greene (2011)

ANALISI PRELIMINARI SUI DATI – METODO 2

Reserve Risk – M2R

Si applicano i seguenti **requisiti per i dati specifici**:

- a) i **dati sono rappresentativi del rischio di riservazione** cui l'impresa di assicurazione o di riassicurazione è esposta **nei 12 mesi successivi**;
- b) sono disponibili dati per almeno **5 anni di accadimento dei sinistri consecutivi**;
- c) nel **primo** anno di accadimento del sinistro sono disponibili dati **per almeno 5 anni di sviluppo consecutivi**;
- d) nel **primo** anno di accadimento del sinistro **l'importo cumulato dei pagamenti dell'ultimo anno di sviluppo per il quale sono disponibili dati comprende tutti i pagamenti effettuati nell'anno di accadimento del sinistro**, ad esclusione degli importi irrilevanti;
- e) **il numero degli anni di accadimento consecutivi per i quali sono disponibili dati non è inferiore al numero degli anni di sviluppo consecutivi** nel primo anno di accadimento del sinistro per il quale sono disponibili dati;
- f) i **dati sono aggiustati in base agli importi recuperabili da contratti di riassicurazione** e da società veicolo **conformi** ai contratti di riassicurazione e alle società veicolo esistenti per fornire copertura **nei 12 mesi successivi**;
- g) i dati **comprendono le spese incorse** in relazione alle obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione;
- h) gli importi cumulati dei sinistri **comprendono le spese incorse** in relazione alle obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione;
- i) l'impresa garantisce che le modifiche della ritenzione assicurativa negli accordi di riassicurazione non proporzionale siano adeguatamente considerate, nei casi in cui esse abbiano un impatto sulla volatilità del rischio di riservazione (regolamento Ivass 11/2015).

ANALISI PRELIMINARI SUI DATI – METODO 2

TEST DI APPROPRIATEZZA DEI DATI IN RELAZIONE ALLE IPOTESI

Wüthrich and Merz (2008), cfr.: “*In our opinion **analytic solutions** (also only for second moments) are important because they allow for explicit interpretations in terms of the parameters involved. Moreover, these estimates are very easy to interpret and allow for sensitivity analysis with respect to parameter changes.*”

Alcune problematiche tipiche:

- La formula di M&W produce una sola statistica del CDR (MSEP)
- Deriva dal Mack’s model (Chain Ladder):
 - se il modello di Mack non fornisce un buon fit del triangolo di run-off, la formula può produrre risultati non ragionevoli
 - non può essere usato un altro modello; se qualche development factor viene rimosso o utilizziamo un approccio “curve fitting” o fattore coda, la formula non dovrebbe essere applicata...
- Prima di analizzare le ipotesi specifiche del modello, l’impresa intenzionata a mostrare la veridicità delle ipotesi dovrebbe anche valutare che il Chain Ladder sia il miglior modello a rappresentare i dati della compagnia. Le diverse opzioni «statistico-attuariali» possono essere confrontate con il Chain Ladder attraverso gli indici di goodness-of-fit (come il BIC o l’AIC). Se tale confronto fosse sfavorevole per il Chain Ladder, il metodo 2 non dovrebbe essere applicato. Si veda Carrato, McGuire e Scarth, 2016 “A Practitioner’s Introduction to Stochastic Reserving” - <http://mages.github.io/PSRWP/> e Cerchiara et al. (2020) “A Practitioner's Introduction to Stochastic Reserving The One-Year View” - <https://www.actuaries.org.uk/documents/practitioner-s-introduction-stochastic-reserving>

ANALISI PRELIMINARI SUI DATI – METODO 2

TEST DI APPROPRIATEZZA DEI DATI IN RELAZIONE ALLE IPOTESI

Ipotesi da testare:

- M2M: Per ogni anno di accadimento, il valore atteso dei pagamenti cumulati in un anno di sviluppo é proporzionale ai pagamenti cumulati del precedente anno di sviluppo
- M2V: Per ogni anno di accadimento, la varianza dei pagamenti cumulati in un anno di sviluppo é proporzionale ai pagamenti cumulati del precedente anno di sviluppo.
- M2I: I pagamenti cumulati di anni di accadimento diversi sono stocasticamente indipendenti
- M2I: per tutti gli anni di accadimento dei sinistri gli importi incrementali impliciti dei sinistri sono stocasticamente indipendenti

M2M/M2V – Test sulla proporzionalità di media e varianza

L'ipotesi di proporzionalità tra pagamenti cumulati in t e pagamenti cumulati in $t-1$ viene testata attraverso un modello di regressione pesata con intercetta, applicato ad un numero congruo di antidurate (j), partendo dal modello originale e utilizzando $C_{i,j-1}$ come peso:

$$(1) C_{i,j} = \delta + f_{j-1}C_{i,j-1} + \sigma_{j-1}\sqrt{C_{i,j-1}}\epsilon_i \quad \text{con } \epsilon_i \sim n(0,1), \quad i=\text{origin year}, \quad j=\text{development year}$$

La presenza di un'intercetta significativa implicherebbe la presenza di un effetto di scala non legato ai pagamenti cumulati in $t-1$. L'ipotesi di proporzionalità non viene rigettata se, per tutte le antidurate testate, il pvalue dell'intercetta è sempre superiore al 5%.

Un requisito aggiuntivo, legato all'ipotesi di proporzionalità, è previsto per verificare l'esistenza di due delle assunzioni alla base del modello di MW ossia che esistano delle costanti $f_j > 0$, $\sigma_j > 0$ tali che:

$$(2) E[C_{i,j} | C_{i,j-1}] = f_{j-1}C_{i,j-1}$$

$$(3) \text{Var}(C_{i,j} | C_{i,j-1}) = \sigma_{j-1}^2 C_{i,j-1}$$

Il requisito aggiuntivo è testato attraverso un modello di regressione pesata senza intercetta del tipo, partendo dal modello originale

$$(4) C_{i,j} = f_{j-1} C_{i,j-1} + \sigma_{j-1}\sqrt{C_{i,j-1}}\epsilon_i \quad \text{con } \epsilon_i \sim n(0,1)$$

e applicato ad un numero congruo di antidurate. Il requisito si considera soddisfatto se, per tutte le antidurate testate, il pvalue del coefficiente di regressione è sempre inferiore al 5%. L'esistenza di f_j significativi comporta, per costruzione algebrica, la validità della (3).

Ipotesi di proporzionalità si considera non rifiutata se l'intercetta nel modello (1) non è mai significativa e il coefficiente di regressione nel modello (4) è sempre significativo.

L'ipotesi (3) può essere analizzata/verificata attraverso un'analisi grafica che mostra il «decadimento» esponenziale del parametro σ_j^2 rispetto alla relativa antidurata

M2M/M2V – Test sulla proporzionalità di media e varianza

D) – 2) – h) – iii) allegato 17 reg. 35/2015

Il «Proportionality Test» e il «Correlation Test» consentono di valutare l'ipotesi «*che per tutti gli anni di accadimento dei sinistri il valore atteso dell'importo cumulato dei sinistri di un anno di sviluppo è proporzionale all'importo cumulato dei sinistri dell'anno di sviluppo precedente*»:

- Il «**Proportionality Test**» verifica se nel modello di regressione ponderata l'intercetta è significativa. Vanno testati i periodi di sviluppo con almeno 5 osservazioni ad un livello di confidenza del 10% o 5% (per valori inferiori Pvalue viene rifiutata H0)
- Ulteriori spunti sulla validità dell'ipotesi di proporzionalità possono essere individuati nei report grafici dove è rappresentabile un multiplot che descrive l'andamento dei fattori individuali di sviluppo rispetto all'anno di avvenimento
- Il «**Correlation Test**» verifica se il valore atteso del coefficiente di correlazione globale è significativamente diverso da zero. Segue l'approccio descritto in Mack (1994 e 1997), in base al quale l'ipotesi di proporzionalità implica che i link ratio tra antidurate adiacenti non sono correlati. Il test analizza la correlazione tra le successive antidurate dell'intero triangolo, piuttosto che su singole antidurate. Il risultato della statistica è testato al 50% di confidenza, assumendo una distribuzione normale standard

M2I – TEST sull'indipendenza stocastica dei pagati cumulati e incrementali **D) – 2) – h) – i) allegato 17 reg. 35/2015**

Il «**Calendar Year Test**» consente di valutare l'ipotesi che «gli importi **cumulati** dei sinistri per anni di accadimento diversi sono stocasticamente indipendenti tra di loro». Il test si basa sul modello proposto da Mack (1997). Dovrebbe essere fissato a un livello di confidenza del 10% di una distribuzione binomiale per ogni diagonale. Per testare, invece, congiuntamente tutte le diagonali, si assume che la statistica Z del test si distribuisca normalmente. È quindi possibile definire un intervallo di confidenza per valutare il risultato del test.

M2I – TEST sull'indipendenza dei pagati incrementali **D) – 2) – h) – ii) allegato 17 reg. 35/2015**

L' «Incremental Independence Test» consente di valutare l'ipotesi che «per tutti gli anni di accadimento dei sinistri i pagati incrementali impliciti dei sinistri sono stocasticamente indipendenti». Il test si basa sul modello proposto da Venter (1998) ed è un «Dummy Regression based Test» che valuta l'indipendenza dei pagati incrementali rispetto all'anno di calendario.

Ulteriori spunti sulla validità delle ipotesi di indipendenza possono essere tratti dal report grafico in cui vengono mappate l'analisi standard dei residui e la HeatMap dei residui di Pearson.

IIMMATERIALITA' DELLA CODA

D) – 2) – d) – allegato 17 reg. 35/2015

Il test sull'immaterialità della coda consente di valutare l'ipotesi che «nel primo anno di accadimento del sinistro l'importo cumulato dei pagamenti dell'ultimo anno di sviluppo per il quale sono disponibili dati comprende tutti i pagamenti effettuati nell'anno di accadimento del sinistro, ad esclusione degli importi irrilevanti».

Un approccio pragmatico è quello di aggiungere - nella combinazione primo anno di avvenimento/ultimo anno di sviluppo del triangolo dei pagati - la riserva/Bel OC ancora pendente e verificare la variazione dell'USP rispetto a quello calcolato con il solo triangolo del pagato.

Può essere fissata per default una variazione consentita massima del 20% dell'USP con coda rispetto a quello senza coda.

ALGEBRA DEGLI USP E VERIFICA DELLE IPOTESI NEL METODO 1

$$(1) \quad Y \sim LN(\mu, \sigma^2) \quad \text{con} \quad \begin{cases} E(Y) = \exp(\mu + \frac{\sigma^2}{2}) \\ Var(Y) = \exp(2\mu + \sigma^2) * [\exp(\sigma^2) - 1] \end{cases}$$

Data Generating Process second variance parametrisation

$$(2) \quad \begin{cases} E(Y) = \beta X \\ \tilde{\pi}^{-1} = (1 - \delta)\bar{X}X + \delta X^2 \\ Var(Y) = (\sigma\beta)^2 \tilde{\pi}^{-1} = \sigma^2 \beta^2 \tilde{\pi}^{-1} = USP^2 (1 - \delta)\bar{X}X + \delta X^2 \end{cases}$$

Posto per comodità $\sigma^2 = \omega$

$$(3) \quad \begin{cases} E(Y) = \exp(\mu + \frac{\omega}{2}) = \beta X \\ Var(Y) = \exp(2\mu + \omega) [\exp(\omega) - 1] = \exp(\mu + \frac{\omega}{2})^2 [\exp(\omega) - 1] \\ Var(Y) = (\beta X)^2 [\exp(\omega) - 1] \end{cases}$$

Risolvendo per μ e ω si ottiene

$$(4) \quad \mu = \ln(\beta X) - \frac{\omega}{2}; \quad \omega = \ln(1 + \frac{Var(Y)}{(\beta X)^2}) = \pi^{-1}$$

$$(5) \quad \text{Per ogni osservazione si ha quindi : } \omega_i = \frac{1}{\pi_i} = \ln(1 + \sigma^2 \left((1 - \delta) \frac{\bar{X}}{X_i} + \delta \right))$$

$$(6) \quad \text{Quindi } Ln(Y) \sim N(\mu, \omega) = N(\mu, \pi^{-1}) \quad \rightarrow \quad Ln(Y) = \mu + \epsilon = \ln(\beta X) - \frac{\omega}{2} + \epsilon$$

$$(7) \quad \text{da cui si ottiene } \epsilon = Ln(Y) - Ln(X) - Ln(\beta) + \frac{\omega}{2} \sim N(0, \omega) \text{ da utilizzare nella funzione di MLE}$$

USP – Metodo standardizzato 1 - input

Company One	date	segment_label	risk	type	anno	X	Y
Company One	31/12/2018	GTPL	Reserve	DN	2010	236	158
Company One	31/12/2018	GTPL	Reserve	DN	2011	479	338
Company One	31/12/2018	GTPL	Reserve	DN	2012	692	452
Company One	31/12/2018	GTPL	Reserve	DN	2013	758	443
Company One	31/12/2018	GTPL	Reserve	DN	2014	663	682
Company One	31/12/2018	GTPL	Reserve	DN	2015	856	1.089
Company One	31/12/2018	GTPL	Reserve	DN	2016	1.524	1.328
Company One	31/12/2018	GTPL	Reserve	DN	2017	1.671	1.302
Company One	31/12/2018	GTPL	Reserve	DN	2018	1.514	1.071
Company One	31/12/2018	Fire	Reserve	DN	2010	214	187
Company One	31/12/2018	Fire	Reserve	DN	2011	481	274
Company One	31/12/2018	Fire	Reserve	DN	2012	630	300
Company One	31/12/2018	Fire	Reserve	DN	2013	1.077	735
Company One	31/12/2018	Fire	Reserve	DN	2014	988	907
Company One	31/12/2018	Fire	Reserve	DN	2015	964	822
Company One	31/12/2018	Fire	Reserve	DN	2016	1.147	833
Company One	31/12/2018	Fire	Reserve	DN	2017	1.019	929
Company One	31/12/2018	Fire	Reserve	DN	2018	1.253	902
Company One	31/12/2018	GTPL	Premium	DN	2010	1.095	427
Company One	31/12/2018	GTPL	Premium	DN	2011	1.446	516
Company One	31/12/2018	GTPL	Premium	DN	2012	1.845	538
Company One	31/12/2018	GTPL	Premium	DN	2013	2.276	418
Company One	31/12/2018	GTPL	Premium	DN	2014	2.547	507
Company One	31/12/2018	GTPL	Premium	DN	2015	2.794	809
Company One	31/12/2018	GTPL	Premium	DN	2016	2.936	755
Company One	31/12/2018	GTPL	Premium	DN	2017	3.183	806
Company One	31/12/2018	GTPL	Premium	DN	2018	3.399	900
Company One	31/12/2018	Fire	Premium	DN	2010	2.492	634
Company One	31/12/2018	Fire	Premium	DN	2011	3.391	880
Company One	31/12/2018	Fire	Premium	DN	2012	3.408	1.795
Company One	31/12/2018	Fire	Premium	DN	2013	3.538	1.532
Company One	31/12/2018	Fire	Premium	DN	2014	3.267	808
Company One	31/12/2018	Fire	Premium	DN	2015	3.828	1.140
Company One	31/12/2018	Fire	Premium	DN	2016	4.472	885
Company One	31/12/2018	Fire	Premium	DN	2017	4.864	1.029
Company One	31/12/2018	Fire	Premium	DN	2018	5.419	1.297

USP – Metodo standardizzato 1 - calibrazione

Compagnia	Rischio	LoB	Tipo Lavoro	Cat Claims	Lunghezza	Anno iniziale	Anno finale	Credibilità	Npaf	Sigma MW
Company One	premium	Fire	DN	NC	9	2010	2018	92%	80%	6,4%
Company One	reserve	Fire	DN	NC	9	2010	2018	92%	100%	10,0%
Company One	premium	GTPL	DN	NC	9	2010	2018	67%	80%	11,2%
Company One	reserve	GTPL	DN	NC	9	2010	2018	67%	100%	11,0%

Compagnia	Rischio	LoB	Tipo Lavoro	Cat Claims	Lunghezza	Sqrt[(T+1)/(T-1)]	Loss Ratio	Delta	Gamma	Beta	CV	Sigma	Usp - art. 218 (i) or (iv)
Company One	premium	Fire	DN	NC	9	1,118	28,84%	1	-1,158	29,51%	31%	9,27%	10,05%
Company One	reserve	Fire	DN	NC	9	1,118	75,75%	0	-1,6536	75,81%	19%	14,51%	15,72%
Company One	premium	GTPL	DN	NC	9	1,118	26,38%	0	-1,61	26,40%	20%	5,28%	7,65%
Company One	reserve	GTPL	DN	NC	9	1,118	81,77%	0	-1,5356	81,64%	22%	17,58%	16,80%

USP – Metodo standardizzato 1

M1M - Ipotesi di proporzionalità lineare – modello con intercetta : $Y=bo+b1X+e$

Compagnia	LoB	Rischio	Tipo_Lavoro	cat	anno_iniziale	intercept	slope	p.value_int	p.value_slope	R2
Company One	Fire	premium	DN	NC	2010	779,95	0,09	23,49%	58,96%	4,36%
Company One	Fire	reserve	DN	NC	2010	-61,13	0,83	61,20%	0,03%	86,29%
Company One	Fire	premium	DN	NC	2010	560,05	0,15	54,19%	56,78%	4,88%
Company One	Fire	reserve	DN	NC	2010	-301,97	1,29	38,23%	0,78%	66,05%
Company One	GPTL	premium	DN	NC	2010	163,87	0,20	22,17%	0,52%	69,60%
Company One	GPTL	reserve	DN	NC	2010	25,06	0,79	86,18%	0,06%	83,63%
Company One	GPTL	premium	DN	NC	2010	170,66	0,19	21,25%	0,66%	67,53%
Company One	GPTL	reserve	DN	NC	2010	-247,02	1,31	31,98%	0,10%	80,87%

Compagnia	LoB	Rischio	Tipo_Lavoro	cat	Breusch Pagan p.value	Goldfeld Quandt p.value	Residuals Shapiro.Wilk p.value
Company One	Fire	premium	DN	NC	26,20%	84,28%	8,95%
Company One	Fire	reserve	DN	NC	90,31%	76,66%	25,49%
Company One	Fire	premium	DN	NC	70,51%	82,48%	3,66%
Company One	Fire	reserve	DN	NC	6,82%	8,99%	18,62%
Company One	GPTL	premium	DN	NC	95,50%	44,07%	2,01%
Company One	GPTL	reserve	DN	NC	88,79%	21,10%	12,07%
Company One	GPTL	premium	DN	NC	86,94%	45,83%	2,90%
Company One	GPTL	reserve	DN	NC	1,99%	9,03%	92,16%

Compagnia	LoB	Rischio	Tipo_Lavoro	cat	Run.test p.value	Ljung.Box p.value	Durbin.Watson p.value	Reset p.value	Pvalue_intercept t HC3	Pvalue_slope e HC3	Pvalue_intercept t HC4	Pvalue_slope e HC4	Pvalue_intercept t HAC_NW	Pvalue_slope e HAC NW
Company One	Fire	premium	DN	NC	68,80%	58,96%	12,92%	37,46%	25,28%	56,93%	21,90%	54,18%	8,06%	35,84%
Company One	Fire	reserve	DN	NC	68,80%	88,02%	33,56%	17,01%	65,59%	0,00%	69,15%	0,00%	26,37%	0,00%
Company One	Fire	premium	DN	NC	100,00%	49,57%	16,22%	43,16%	65,81%	67,19%	69,75%	70,79%	47,61%	48,49%
Company One	Fire	reserve	DN	NC	10,25%	36,11%	2,92%	49,93%	43,67%	0,49%	50,97%	1,01%	21,32%	0,51%
Company One	GPTL	premium	DN	NC	22,01%	41,29%	8,02%	30,91%	10,67%	0,00%	8,64%	0,00%	12,18%	0,09%
Company One	GPTL	reserve	DN	NC	10,25%	16,68%	2,16%	72,90%	81,32%	0,00%	79,40%	0,00%	82,25%	0,00%
Company One	GPTL	premium	DN	NC	22,01%	43,85%	8,67%	28,91%	9,41%	0,00%	7,69%	0,00%	9,91%	0,15%
Company One	GPTL	reserve	DN	NC	74,80%	45,61%	57,50%	6,51%	32,36%	0,06%	29,38%	0,02%	0,04%	0,00%

USP – Metodo standardizzato 1

M1M - Ipotesi di proporzionalità lineare – modello senza intercetta : $Y=b1X+e$

IPOTESI

- Premium Risk : “le perdite aggregate attese in un determinato segmento e anno di accadimento dei sinistri sono linearmente proporzionali rispetto ai premi acquisiti in un determinato anno di accadimento dei sinistri”
- Reserve Risk : “la **somma** della migliore stima della riserva alla fine dell'esercizio finanziario **per i sinistri da liquidare** nel segmento s all'inizio dell'esercizio finanziario e dei **pagamenti effettuati durante l'esercizio** finanziario per i sinistri da liquidare nel segmento s all'inizio dell'esercizio finanziario è linearmente proporzionale alla migliore stima della riserva per i sinistri da liquidare in un determinato segmento e in un determinato esercizio finanziario”

Compagnia	LoB	Rischio	Tipo_Lavoro	cat	anno_iniziale	slope	Pvalue_OLS	R2
Company One	Fire	premium	DN	NC	2010	0,2789	0,004%	89,209%
Company One	Fire	reserve	DN	NC	2010	0,7663	0,000%	97,661%
Company One	Fire	premium	DN	NC	2010	0,2996	0,003%	90,301%
Company One	Fire	reserve	DN	NC	2010	0,9876	0,004%	89,182%
Company One	GTPL	premium	DN	NC	2010	0,2577	0,000%	97,280%
Company One	GTPL	reserve	DN	NC	2010	0,8120	0,000%	96,218%
Company One	GTPL	premium	DN	NC	2010	0,2577	0,000%	97,214%
Company One	GTPL	reserve	DN	NC	2010	1,0772	0,001%	93,307%

Compagnia	LoB	Rischio	Tipo_Lavoro	cat	anno_iniziale	bp	Goldfeld_Quandt p.value	Residuals_Shapiro_Wil k p.value	Run_test p.value	Ljung_Box p.value	Durbin_Watson p.value	Reset p.value	Pvalue HC3	Pvalue HC4	Pvalue HAC_NW
Company One	Fire	premium	DN	NC	2010	77,19%	66,07%	7,55%	100,00%	19,22%	9,26%	42,30%	0,00%	0,00%	0,01%
Company One	Fire	reserve	DN	NC	2010	92,06%	54,77%	52,06%	68,80%	71,90%	35,29%	41,26%	0,00%	0,00%	0,00%
Company One	Fire	premium	DN	NC	2010	79,85%	72,36%	4,27%	22,01%	38,23%	20,18%	32,32%	0,00%	0,00%	0,00%
Company One	Fire	reserve	DN	NC	2010	8,91%	3,59%	2,02%	1,98%	20,45%	3,68%	30,64%	0,00%	0,00%	0,01%
Company One	GTPL	premium	DN	NC	2010	6,15%	85,24%	30,70%	74,80%	29,03%	9,84%	13,93%	0,00%	0,00%	0,00%
Company One	GTPL	reserve	DN	NC	2010	92,99%	12,15%	12,26%	10,25%	18,88%	8,03%	67,50%	0,00%	0,00%	0,00%
Company One	GTPL	premium	DN	NC	2010	6,75%	85,15%	31,23%	74,80%	29,15%	9,88%	11,95%	0,00%	0,00%	0,00%
Company One	GTPL	reserve	DN	NC	2010	8,68%	3,78%	50,62%	41,42%	68,00%	26,28%	11,58%	0,00%	0,00%	0,00%

USP – Metodo standardizzato 1

M1D - Ipotesi di distribuzione lognormale della Y

IPOSTESI

Premium Risk: “le perdite aggregate seguono una distribuzione lognormale”

Reserve Risk: “la somma della migliore stima della riserva alla fine dell'esercizio finanziario per i sinistri da liquidare nel segmento s all'inizio dell'esercizio finanziario e dei pagamenti effettuati durante l'esercizio finanziario per i sinistri da liquidare nel segmento s all'inizio dell'esercizio finanziario segue una distribuzione lognormale”

Compagnia	LoB	Rischio	Tipo_Lavoro	cat	anno_iniziale	Statistics.SW	p.value.SW	Statistics.SF	p.value.SF	Statistics.AD	p.value.AD
Company One	Fire	premium	DN	NC	2010	98,07%	96,76%	98,43%	99,23%	14,70%	94,41%
Company One	Fire	reserve	DN	NC	2010	76,27%	0,76%	77,77%	1,49%	104,30%	0,50%
Company One	Fire	premium	DN	NC	2010	94,15%	59,81%	94,06%	54,62%	32,52%	44,55%
Company One	Fire	reserve	DN	NC	2010	91,11%	32,35%	92,45%	38,23%	46,05%	19,53%
Company One	GTPL	premium	DN	NC	2010	88,17%	16,37%	90,60%	24,83%	49,32%	15,86%
Company One	GTPL	reserve	DN	NC	2010	90,50%	28,26%	91,38%	29,84%	41,27%	26,33%
Company One	GTPL	premium	DN	NC	2010	88,84%	19,23%	91,22%	28,75%	46,95%	18,45%
Company One	GTPL	reserve	DN	NC	2010	94,60%	64,66%	95,57%	73,40%	27,10%	57,94%

- M1V -Quadratic assumption approach 1:**

Time series bootstrap on $\text{Var}(Y)=\text{beta}0 + \text{beta}*\text{mean}(X^2)$;

varY=varianza campionaria;

R=100; Block length=(obs^(1/3)) ;

Compagnia	LoB	Rischio	Tipo_Lavoro	obs	intercept	slope	StErr_intercept	StErr_slope	Pvalue_intercept	Pvalue_slope
Company One	Fire	premium	DN	9	286732,3	-0,01094	29.659,67	0,002	0,000%	0,000%
Company One	Fire	reserve	DN	9	152216	-0,09579	12.920,95	0,016	0,000%	0,000%
Company One	GTPL	premium	DN	9	18431,42	0,001602	5.173,40	0,001	0,037%	8,003%
Company One	GTPL	reserve	DN	9	120022	0,036975	14.889,25	0,015	0,000%	1,680%

- M1V - Quadratic assumption approach 2:**

Time series regression on $\text{Var}(Y)=\text{beta}0 + \text{beta}*\text{mean}(X^2)$;

varY=(beta^2)(exp(gamma)^2)((1-delta)*mean(x)*x+delta*x^2);

Compagnia	LoB	Rischio	Tipo_Lavoro	Anno_iniziale	delta	intercept	slope	p.value_int	p.value_slope	R2
Company One	FDP	premium	DN	2010	1	-0,00	0,01	0,0%	0,0%	100,0%
Company One	FDP	reserve	DN	2010	0	5.520,88	0,01	0,0%	0,0%	96,6%
Company One	FDP	premium	DN	2010	1	0,00	0,01	100,0%	0,0%	100,0%
Company One	FDP	reserve	DN	2010	1	-0,00	0,11	0,3%	0,0%	100,0%
Company One	GLI	premium	DN	2010	0	6.813,27	0,00	0,0%	0,0%	98,0%
Company One	GLI	reserve	DN	2010	0	11.695,56	0,01	0,0%	0,0%	96,8%
Company One	GLI	premium	DN	2010	0	6.707,40	0,00	0,0%	0,0%	98,1%
Company One	GLI	reserve	DN	2010	0,844904	5.022,53	0,09	0,0%	0,0%	100,0%

Anche per questo modello vanno effettuati i test diagnostici descritti per l'ipotesi di linearità proporzionale

USP – Metodo standardizzato 1 – Appropriatezza metodo di massima verosimiglianza – grid search

company_key	delta_0	gamma_0	delta_mle	gamma_mle	loss_function
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,3	-1,4	1	-1,1579938	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,3	-1,2	1	-1,1579938	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,6	-1,2	1	-1,15799379	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,2	0,4	1	-1,1579938	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	1	-3,8	1	-1,15799379	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,2	-1,8	1	-1,15799383	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,2	0,8	1	-1,15799377	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,3	-0,2	1	-1,15799385	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,2	-0,6	1	-1,15799385	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	1	-5,2	1	-1,15799386	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,2	-1	1	-1,15799374	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,3	-2	1	-1,15799387	-12,27065498
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,4	-0,4	1	-1,1579934	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,7	-5,6	1	-1,1579934	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,7	-3,2	1	-1,1579934	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,7	-2,6	1	-1,1579934	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,6	-6	1	-1,1579934	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,7	-4,6	1	-1,15799339	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,7	-6	1	-1,15799339	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,6	-5,4	1	-1,15799339	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,6	-4,4	1	-1,15799339	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,6	-4	1	-1,15799339	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,3	0	1	-1,15799339	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,4	-0,8	1	-1,15799339	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	1	1	1	-1,15799338	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,7	-1,6	1	-1,15799338	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	0,9	-3,8	1	-1,15799336	-12,27065498
Company One_FDP_1_premium_DN_NC_m1	1	-0,2	1	-1,1579923	-12,27065498

USP – Metodo standardizzato 2 - input

Cumulative Triangles

Key	AY	DY_1	DY_2	DY_3	DY_4	DY_5	DY_6	DY_7	DY_8	DY_9
Company One FDP DL	2010	247,135	343,881	343,993	343,993	343,993	343,993	343,993	343,993	343,993
Company One FDP DL	2011	412,702	550,029	550,029	550,029	550,029	550,029	550,029	550,029	
Company One FDP DL	2012	3357,629	4237,446	4253,197	4304,448	4357,269	4358,183	4358,916		
Company One FDP DL	2013	3344,518	5116,571	5291,071	5359,45	5359,701	5361,951			
Company One FDP DL	2014	292,379	455,822	473,465	474,537	594,989				
Company One FDP DL	2015	541,319	857,322	882,023	882,287					
Company One FDP DL	2016	353,922	684,112	807,567						
Company One FDP DL	2017	526,357	772,865							
Company One FDP DL	2018	356,439								
Company One GLI DL	2010	51,685	153,976	159,413	171,121	202,244	205,813	205,813	206,54	206,783
Company One GLI DL	2011	58,296	166,641	178,254	195,267	206,53	206,771	213,721	213,721	
Company One GLI DL	2012	117,864	190,692	217,635	238,132	246,126	246,126	247,83		
Company One GLI DL	2013	102,322	317,856	406,834	455,576	530,631	530,359			
Company One GLI DL	2014	81,163	277,859	376,285	386,153	398,158				
Company One GLI DL	2015	76,572	277,742	410,921	453,873					
Company One GLI DL	2016	69,496	334,763	371,527						
Company One GLI DL	2017	97,668	276,977							
Company One GLI DL	2018	141,434								

USP – Metodo standardizzato 2 - calibrazione

USP Method 2 - Reserve Risk

Compagnia	LoB	Rischio	Tipo Lavoro	Anno iniziale	Lunghezza	Sigma MW	Credibilità	Sigma	Usp
Company One	Fire	reserve	DL	2010	9	10%	0,92	61,90%	57,75%
Company One	Fire	reserve	DL	2011	8	10%	0,81	67,76%	56,78%
Company One	Fire	reserve	DL	2012	7	10%	0,67	75,63%	53,97%
Company One	Fire	reserve	DL	2013	6	10%	0,51	70,67%	40,94%
Company One	Fire	reserve	DL	2014	5	10%	0,34	13,96%	11,35%
Company One	GTPL	reserve	DL	2010	9	11%	0,67	24,07%	19,76%
Company One	GTPL	reserve	DL	2011	8	11%	0,59	26,22%	19,98%
Company One	GTPL	reserve	DL	2012	7	11%	0,51	29,23%	20,30%
Company One	GTPL	reserve	DL	2013	6	11%	0,43	24,47%	16,79%
Company One	GTPL	reserve	DL	2014	5	11%	0,34	25,04%	15,77%

USP – Metodo standardizzato 2

Proportionality Test : regression approach

IPOSTESI

“per tutti gli anni di accadimento dei sinistri il valore atteso dell'importo cumulato dei sinistri di un anno di sviluppo è proporzionale all'importo cumulato dei sinistri dell'anno di sviluppo precedente”

Model with intercept

Compagnia	LoB	Tipo_Lavoro	Anno Iniziale	Parametri	DY_1	DY_2	DY_3	DY_4	DY_5
Company One	FDP	DL	2010	intercept	58,50	13,80	6,36	37,61	0,15
Company One	FDP	DL	2010	slope	1,38	1,02	1,01	1,00	1,00
Company One	FDP	DL	2010	Std.Error intercept	58,56	24,67	1,48	37,86	0,12
Company One	FDP	DL	2010	Std.Error slope	0,08	0,02	0,00	0,03	0,00
Company One	FDP	DL	2010	t value intercept	1,00	0,56	4,31	0,99	1,29
Company One	FDP	DL	2010	t value slope	17,22	45,86	813,18	32,53	11.925,11
Company One	FDP	DL	2010	Pr(> t) intercept	36%	60%	1%	39%	33%
Company One	FDP	DL	2010	Pr(> t) slope	0%	0%	0%	0%	0%
Company One	GLI	DL	2010	intercept	124,96	-63,68	1,02	2,33	2,84
Company One	GLI	DL	2010	slope	1,52	1,49	1,09	1,10	0,99
Company One	GLI	DL	2010	Std.Error intercept	96,19	46,92	12,05	27,95	2,79
Company One	GLI	DL	2010	Std.Error slope	1,22	0,20	0,04	0,10	0,01
Company One	GLI	DL	2010	t value intercept	1,30	1,36	0,08	0,08	1,02
Company One	GLI	DL	2010	t value slope	1,25	7,48	24,40	10,63	97,87
Company One	GLI	DL	2010	Pr(> t) intercept	24,16%	23,28%	93,64%	93,89%	41,48%
Company One	GLI	DL	2010	Pr(> t) slope	25,75%	0,07%	0,00%	0,18%	0,01%

Proportionality test *

Compagnia	LoB	Tipo_Lavoro	Anno Iniziale	Parametri	DY_1	DY_2	DY_3	DY_4	DY_5	Result
Company One	Fire	DL	2010	Pr(> t) intercept	35,64%	59,98%	1,26%	39,38%	32,72%	Failed
Company One	GTPL	DL	2010	Pr(> t) intercept	24,16%	23,28%	93,64%	93,89%	41,48%	Passed

* È possibile effettuare il test per primi n periodi di sviluppo, in funzione anche della percentuale di sviluppo proiettata

USP – Metodo standardizzato 2

Proportionality Test : Global Correlation test - Mack (1997)

IPOSTESI

“per tutti gli anni di accadimento dei sinistri il valore atteso dell'importo cumulato dei sinistri di un anno di sviluppo è proporzionale all'importo cumulato dei sinistri dell'anno di sviluppo precedente”

Null-hypothesis $E(T)=0$: Lower limit C.I $\leq T \leq$ Upper limit C.I								
Compagnia	LoB	Tipo_Lavoro	Anno Iniziale	T	VAR	Lower limit C.I	Upper limit C.I	Result
Company One	Fire	DL	2010		0,05	-0,15	0,15	
Company One	Fire	DL	2011	0,56	0,07	-0,17	0,17	Failed
Company One	Fire	DL	2012	-0,02	0,10	-0,21	0,21	Passed
Company One	Fire	DL	2013	0,20	0,17	-0,28	0,28	Passed
Company One	Fire	DL	2014	0,67	0,33	-0,39	0,39	Failed
Company One	GTPL	DL	2010	0,22	0,05	-0,15	0,15	Failed
Company One	GTPL	DL	2011	0,33	0,07	-0,17	0,17	Failed
Company One	GTPL	DL	2012	0,10	0,10	-0,21	0,21	Passed
Company One	GTPL	DL	2013	-0,10	0,17	-0,28	0,28	Passed
Company One	GTPL	DL	2014	-0,00	0,33	-0,39	0,39	Passed

USP – Metodo standardizzato 2

M2I - Independence Test : Calendar year test - Mack (1997)

IPOSTESI

“per tutti gli anni di accadimento dei sinistri il valore atteso dell'importo cumulato dei sinistri di un anno di sviluppo è proporzionale all'importo cumulato dei sinistri dell'anno di sviluppo precedente”

Null-hypothesis: Lower limit C.I <= Z <= Upper limit C.I									
Compagnia	LoB	Tipo_Lavoro	Anno Iniziale	Z	E(Z)	VAR(Z)	Lower limit C.I	Upper limit C.I	Result
Company One	Fire	DL	2010	6	8,44	2,43	5,88	11,00	Passed
Company One	Fire	DL	2011	5	7,13	2,37	4,59	9,66	Passed
Company One	Fire	DL	2012	3	4,88	1,43	2,91	6,84	Passed
Company One	Fire	DL	2013	3	2,75	0,81	1,27	4,23	Passed
Company One	GTPL	DL	2010	6	9,78	2,86	7,00	12,56	Failed
Company One	GTPL	DL	2011	4	6,94	2,05	4,58	9,29	Failed
Company One	GTPL	DL	2012	3	4,88	1,43	2,91	6,84	Passed
Company One	GTPL	DL	2013	1	2,75	0,81	1,27	4,23	Failed

USP – Metodo standardizzato 2

M2I - Independence Test : Venter (1998) – non attendibile in triangoli di piccole dimensioni

IOTESI

“per tutti gli anni di accadimento dei sinistri gli importi incrementali impliciti dei sinistri sono stocasticamente indipendenti”

LoB	Rischio	Tipo Lavoro	Compagnia	Anno iniziale	Coefficients label	Estimate	Std..Error	t.value	P.value
Fire	reserve	DL	Company One	2010	(Intercept)	4,10	130,98	0,03	97,53%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	cumulative_variable1	0,41	0,03	12,38	0,00%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	cumulative_variable2	0,01	0,02	0,41	68,78%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	cumulative_variable3	0,00	0,02	0,08	93,49%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	cumulative_variable4	0,01	0,02	0,25	80,66%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	cumulative_variable5	0,01	0,02	0,60	55,65%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	cumulative_variable6	0,02	0,03	0,54	59,83%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	cumulative_variable7	0,13	0,23	0,58	56,76%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	cumulative_variable8	0,20	0,42	0,48	63,36%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	factor(calendar)2012	12,98	160,15	0,08	93,62%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	factor(calendar)2013	161,25	153,97	1,05	30,75%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	factor(calendar)2014	100,24	150,28	0,67	51,24%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	factor(calendar)2015	48,53	146,74	0,33	74,43%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	factor(calendar)2016	46,75	143,73	0,33	74,83%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	factor(calendar)2017	53,02	142,60	0,37	71,39%
Fire	reserve	DL	Company One	2010	factor(calendar)2018	74,29	144,87	0,51	61,37%

USP – Metodo standardizzato 2

M2I –Test per valutare l'immaterialità della coda

IPOSTESI

“un importo di pagamento è ritenuto rilevante qualora la sua mancata considerazione nel calcolo del parametro specifico dell'impresa potrebbe influenzare il processo decisionale o il giudizio degli utenti di tali informazioni, ivi comprese le autorità di vigilanza ”

Usp variation <= 20%									
LoB	Rischio	Tipo Lavoro	Compagnia	Anno iniziale	Lunghezza	Sigma not tail	Sigma with tail	Usp variation	Result
Fire	reserve	DL	Company One	2010	9	61,90%	61,90%	0,00%	Passed
GTPL	reserve	DL	Company One	2010	9	24,07%	23,98%	-0,39%	Passed

Agenda

- L'approccio USP
- Requisiti dei dati
- Test Statistici
- **Conclusioni**

Conclusioni - Focus sul mercato italiano

Dalla relazione dell'IVASS sull'attività svolta dall'Istituto nel 2021, emerge che:

- Il rapporto tra fondi propri e SCR a **livello di mercato** a fine 2021 è in aumento rispetto all'anno precedente, **da 239,6% a fine 2020 a 250,8%**.
- Il ratio si è incrementato per le imprese che adottano un modello interno (da 251% a 264,4%) e per le imprese che ricorrono agli **USP (da 194,3% a 226,5%)**, anche per la maggior aderenza di tali modelli alla rischiosità degli attivi e dei portafogli di tali imprese rispetto alla standard formula.
- Il miglioramento dell'SCR ratio complessivo è dovuto all'incremento dei fondi propri ammissibili (+13,9%), maggiore rispetto al requisito di capitale (+5%).

Tavola I.50

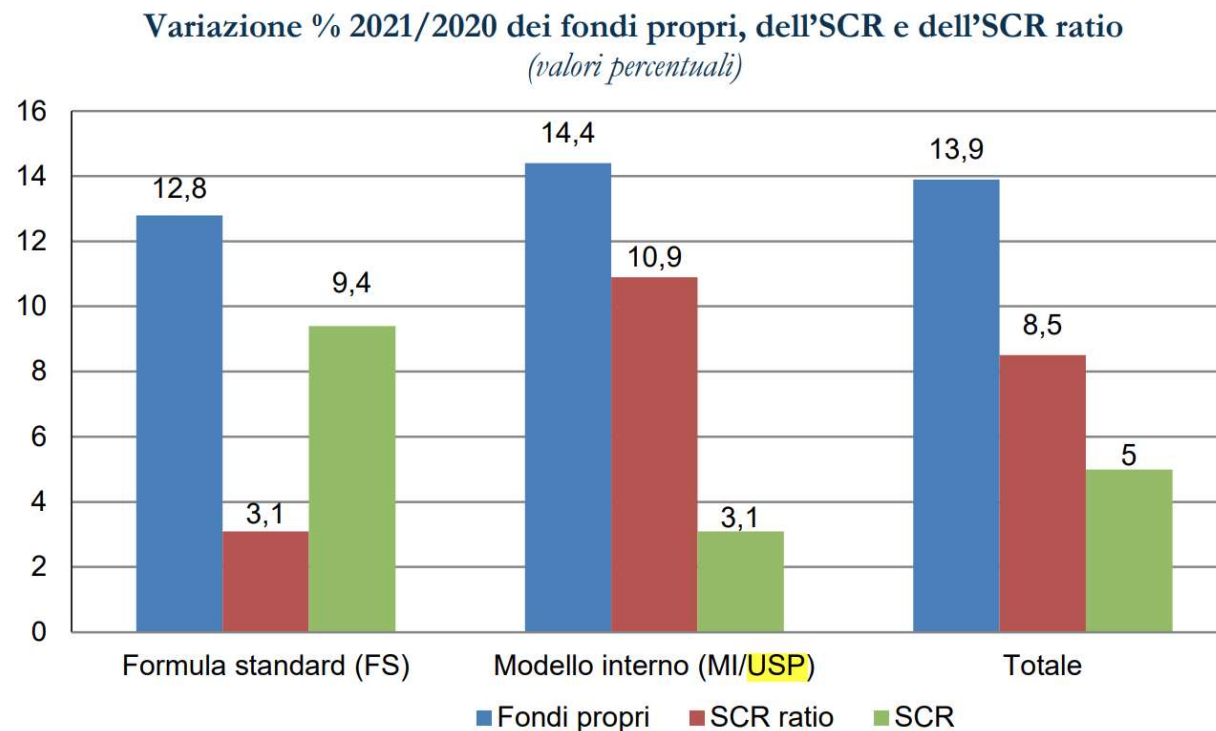
SCR ratio per modalità di calcolo e attività dell'impresa								
	Vita		Danni		Miste		Totale mercato	
	2020	2021	2020	2021	2020	2021	2020	2021
Standard Formula	227,1	235,5	220,2	198,1	134,8	139,3	222,5	226,3
Standard Formula - USP	.	.	247	285,3	181,9	208	194,3	226,5
Modello interno	197,5	193,9	218,8	211,3	255,3	270	251	264,4
Totale mercato	222,7	229,5	223,7	215,2	248,9	264,1	239,6	250,8

Fonte: IVASS - Relazione sull'attività svolta dall'Istituto nell'anno 2021

Conclusioni - Focus sul mercato italiano

Guardando alle diverse modalità di calcolo, **l'SCR ratio delle imprese che adottano il modello interno o l'approccio USP si incrementa (+10,9% a fronte del +6,1% del 2020)**, a causa della forte crescita dei fondi propri (+14,4%), mentre la variazione del rapporto per le imprese con requisito di capitale calcolato con la standard formula si mantiene costante (+3%) rispetto al precedente esercizio.

Figura I.23



Fonte: IVASS - Relazione sull'attività svolta dall'Istituto nell'anno 2021

Conclusioni - Focus sul mercato italiano

Dall'entrata in vigore del regime Solvency II nel 2016, l'Istituto ha autorizzato ai fini del calcolo del requisito patrimoniale di solvibilità:

- 5 modelli interni di gruppo, utilizzati da 16 imprese, e un modello utilizzato esclusivamente ai fini del calcolo del requisito individuale
- **11 imprese e 3 gruppi all'utilizzo dei parametri specifici USP/GSP.**

Riferimenti Bibliografici

AISAM-ACME (2007) Study on non-life long tail liabilities: reserve risk and risk margin assessment under Solvency II. <http://www.aisam.org>

Appert-Raullin Y, Devineau L, Pichevin H, Tann P. (2013) One-Year Volatility of Reserve Risk in a Multivariate Framework. Hall archives ouvertes

CEIOPS (2010) Quantitative Impact Study 5 – QIS5 - Technical Specifications. Brussels. <http://ec.europa.eu>

CEIOPS (2010) CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: Undertaking Specific Parameters. <https://ec.europa.eu>

Cerchiara, RR, Santoni, A (2010) Analisi di Mercato: Undertaking Specific Parameters. ANIA Rome. <https://www.ania.it/it/index.html>

Cerchiara RR, Magatti V (2014) The Estimation of Standard Deviation of Premium Risk Under Solvency 2. Math. and Stat. Methods for Actuar. Sci. and Financ. Springer 61-64. ISBN 978-88-470-1481-7

Cerchiara, R.R., Demarco, V. (2016) Undertaking specific parameters under solvency II: reduction of capital requirement or not? Eur Actuar. J. (2016) 6:351-376

Cerchiara, R.R., Demarco V., Siegenthaler, F. (2017) On the USP Calculation Under Solvency II and its Approximation with a Closed Form Formula. Bulletin Français d'Actuariat, Vol. 17, n° 33: 163 - 195

Clemente, G.P., Savelli, N. (2017) Actuarial Improvements of Standard Formula for Non-life Underwriting Risk. Insurance Regulation in the European Union. Palgrave Macmillan, Cham.

Riferimenti Bibliografici

De Felice M, Moriconi F (2016) On the Estimation of the Undertaking-Specific Parameters and the Related Hypothesis Testing. Working Pap n. 25 of the Dep of Econ - Univ of Perugia (IT). ISSN 2385-2275

Diers D (2009) Stochastic re-reserving in multi-year internal models – An approach based on simulations. ASTIN Colloquium, Helsinki. <https://www.actuaries.org/ASTIN/Colloquia/>

EIOPA (2011) – 11/163 Calibration of the Premium and Reserve Risk Factors in the Standard Formula of Solvency II, Report of the Joint Working Group on Non-Life and Health NSLT Calibration. <https://ec.europa.eu>

EIOPA (2014) The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital Requirement calculation. <https://eiopa.europa.eu>

EIOPA (2014) Technical Specifications for the Preparatory Phase (Part I and II). <https://eiopa.europa.eu>

EIOPA (2015) Guidelines on undertaking-specific parameters. <https://eiopa.europa.eu>

European Commission (2014) Text of the delegated Act on Solvency II. <https://ec.europa.eu>

European Parliament (2009) legislative resolution of 22 April 2009 on the amended proposal for a directive of the European Parliament and of the Council on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance

Lancaster, T. (2000) The Incidental Parameter Problem since 1948. Journal of Econometrics 95 391-413

Lancaster, T. (2002) Orthogonal Parameters and Panel Data. Review of Economic Studies 69 647-666

Riferimenti Bibliografici

Mack T (1993) Distribution-free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates. ASTIN Bull 23(2), 213-225

Mack T (1994, 1997) Measuring the Variability of Chain Ladder Reserve Estimates. Casualty Actuarial Society Forum 1, Spring 1994, pp. 101–182 and in Claims Reserving Manual, vol. 2. London: Institute of Actuaries <https://www.actuaries.org.uk/system/files/documents/pdf/crm2-D6.pdf>

Matitschka, H. (2010) Prognosefehler im Overdispersed Poisson Modell für Abwicklungsdreiecke. Blätter DGVFM 31 291-306

Merz M., Wüthrich M.V. (2008a) Modelling the Claims Development Result for Solvency Purposes. Casualty Actuarial Society E-Forum, 542-568

Merz M., Wuthrich M.V. (2008b) Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance. Wiley Finance. ISBN: 978-0-470-72346-3

Merz M., Wüthrich M.V. (2008c) Prediction error of the multivariate chain ladder reserving method. North American Actuarial Journal, 12:175-197

Ohlsson E, Lauzenings J (2009) The one-year non-life insurance risk. Insur Math and Econ 45: 203-208

Pfeifer D, Straussburger D (2008) Stability problems with the SCR aggregation formula. Scand Actuar J 1: 61-77

Prohl C., Schmidt K. D. (2005) Multivariate chain-ladder. Dresdner Schriften zur Versicherungsmathematik.

Riferimenti Bibliografici

Renshaw, A.E. & R.J. Verrall (1998) A Stochastic Model Underlying the Chain-Ladder Technique. British Actuarial Journal 4 903-923

Theil, H. & L. Schrage (1977) The Apportionment Problem and the European Parliament. European Economic Review 9 247-263

Venter, G. (1998) Testing the assumptions of age to age factors. PCAS

Zhang Y. (2010) A general multivariate chain ladder model. Insurance: Mathematics and Economics, 46:588-599.